

# **PROGRAMACIÓN DE RUTAS PARA PATRULLAS CON TIEMPOS DE SERVICIOS VARIABLES MEDIANTE UNA META-HEURÍSTICA HÍBRIDA**

por

Andrea M. Ditta Narváez

Julio 8, 2018

Proyecto de grado presentado como requisito parcial  
para optar al título de  
Magister en Ingeniería Industrial  
Universidad del Norte, Barranquilla  
2018

Comité:

Dr. Ruben Dario Yie Pinedo (Director)

Aprobado por la División de Postgrados e Investigaciones en Ingeniería en cumplimiento  
de los requisitos exigidos para otorgar el título de Magíster en Ingeniería Industrial .

---

Ing. Ruben Dario Yie Pinedo, Ph. D.  
Director del Proyecto

---

Jurado

---

Jurado

Barranquilla, Julio 2018.

# TABLA DE CONTENIDO

## CAPÍTULOS

<b>1. .INTRODUCCIÓN Y REVISIÓN LITERARIA . . . . .</b>	<b>1</b>
1.1. Problema abordado . . . . .	3
1.2. Objetivos . . . . .	5
1.2.1. Objetivo general . . . . .	5
1.2.2. Objetivos específicos . . . . .	5
1.3. Contribuciones . . . . .	6
1.4. Revisión literaria . . . . .	8
1.4.1. Técnicas y algoritmos usados . . . . .	8
1.4.2. Taxonomía . . . . .	10
1.5. Organización de la tesis . . . . .	18
<b>2. .FORMULACIÓN DEL PROBLEMA . . . . .</b>	<b>19</b>
2.1. Descripción del problema . . . . .	19
2.2. Supuestos del modelo . . . . .	20
2.3. Formulación matemática . . . . .	21
2.4. Modelo Matemático . . . . .	23
2.4.1. Notación . . . . .	23
2.4.2. Función objetivo . . . . .	24
2.4.3. Restricciones . . . . .	25
2.5. Ejemplo Ilustrativo . . . . .	28
<b>3. .TÉCNICA DE SOLUCIÓN . . . . .</b>	<b>31</b>
3.1. Modelo Metaheurístico . . . . .	32
3.1.1. Representación de la Solución . . . . .	32
3.1.2. Solución inicial y resumen del algoritmo . . . . .	33
3.1.3. Algoritmo Principal . . . . .	33
3.2. Algoritmo Genético (GA) . . . . .	34
3.2.1. Cruzamiento . . . . .	35
3.2.2. Mutación . . . . .	35
3.2.3. Inserción . . . . .	36
3.2.4. Actualización de Elite . . . . .	36
3.3. Colonia de Hormigas (ACO) . . . . .	38

3.3.1.	Repartición de Feromonas . . . . .	39
3.3.2.	Evaporación de Feromonas . . . . .	39
3.3.3.	Construcción de Caminos . . . . .	39
3.4.	Búsqueda exhaustiva con ramificación (BER) . . . . .	41
3.5.	Resultados Computacionales . . . . .	43
3.5.1.	Análisis del desempeño de los métodos exacto y metaheurístico con instancias pequeñas . . . . .	43
3.5.2.	Análisis de los resultados del método metaheurístico con instancias grandes . . . . .	45
<b>4.</b>	<b>.MEDICIÓN DEL RIESGO . . . . .</b>	<b>50</b>
4.1.	Conceptos claves . . . . .	50
4.1.1.	Objetivo de la medición . . . . .	50
4.1.2.	Concepto de riesgo . . . . .	51
4.1.3.	Modelo para un índice criminal . . . . .	52
4.2.	Selección de indicadores . . . . .	53
4.2.1.	Dimensión: Peligro . . . . .	53
4.2.2.	Dimensión: Vulnerabilidad . . . . .	56
4.3.	Limitaciones y restricciones del índice . . . . .	58
4.4.	Construcción del modelo para el índice . . . . .	58
4.4.1.	Normalización . . . . .	59
4.4.2.	Agregación . . . . .	59
4.4.3.	Ponderaciones . . . . .	60
4.5.	Resultados . . . . .	62
<b>5.</b>	<b>.CASO DE ESTUDIO . . . . .</b>	<b>65</b>
5.1.	Situación criminal en Barranquilla . . . . .	65
5.2.	Definición del escenario . . . . .	67
5.3.	Parámetros de entrada . . . . .	68
5.3.1.	Cantidad de puntos calientes $n$ . . . . .	68
5.3.2.	Cantidad de patrullas $p$ . . . . .	69
5.3.3.	Tiempos de viaje $t_{ij}$ . . . . .	69
5.3.4.	Ventanas de tiempo críticas $[a_i - b_i]$ . . . . .	70
5.3.5.	Índice criminal $r_i$ . . . . .	71
5.3.6.	Horizonte de tiempo $E - H$ . . . . .	71
5.3.7.	Parámetros de la meta-heurística . . . . .	71
5.4.	Resultados de la aplicación . . . . .	72
5.4.1.	Escenario 1 . . . . .	73
5.4.2.	Escenario 2 . . . . .	74
5.4.3.	Escenario 3 . . . . .	74
5.4.4.	Escenario 4 . . . . .	75
5.4.5.	Escenario 5 . . . . .	76
5.4.6.	Escenario 6 . . . . .	76
<b>6.</b>	<b>.CONCLUSIONES Y FUTURAS INVESTIGACIONES . . . . .</b>	<b>78</b>

6.1. Conclusiones . . . . .	78
6.2. Futuras Invetigaciones . . . . .	79
<b>APÉNDICES . . . . .</b>	<b>81</b>
<b>A. .Resultados de taxonomía detallada (112 trabajos revisados) . .</b>	<b>82</b>
<b>B. .Resultados índice criminal — barrios ordenados alfabeticamente</b>	<b>86</b>
<b>C. .Matriz de correlaciones . . . . .</b>	<b>91</b>
<b>D. .Matrices de Tiempos de Viaje Caso de Estudio . . . . .</b>	<b>93</b>
<b>E. .Distribuciones de probabilidad de delitos para definición de ven-</b> <b>tananas de tiempo . . . . .</b>	<b>100</b>
<b>F. .Ponderaciones - Detalles sobre la técnica análisis por componentes</b>	<b>106</b>
<b>BIBLIOGRAFÍA . . . . .</b>	<b>108</b>

## LISTA DE FIGURAS

### Figura

1.1.	Tasas de crimen y número de oficiales de policía (1990-2013) . . . . .	3
1.2.	Fases de la tesis . . . . .	4
1.3.	Taxonomía . . . . .	11
2.1.	Solución representativa de un problema PRP . . . . .	20
2.2.	Representación del tiempo no efectivo (tiempos de llegada y salida con respecto a la ventana crítica) . . . . .	22
2.3.	Solución gráfica del ejemplo ilustrativo . . . . .	30
3.1.	Ejemplo de una representanci3n de la soluci3n . . . . .	32
3.2.	Ejemplo de cruzamiento . . . . .	35
3.3.	Ejemplo de mutaci3n . . . . .	36
3.4.	Comparaci3n del m3todo exacto y la meta-heurística en instancias pequeñas	44
3.5.	Tiempo de corrida . . . . .	46
3.6.	Impacto de la cantidad de patrullas . . . . .	47
3.7.	Tiempo de corrida Vs Cantidad de patrullas Vs Cantidad de puntos calientes . . . . .	48
3.8.	Riesgo Vs Cantidad de patrullas Vs Cantidad de puntos calientes . . .	48
3.9.	Tiempo de viaje Vs Cantidad de patrullas Vs Cantidad de puntos calientes	49
4.1.	Estructura del modelo de índice criminal . . . . .	52
4.2.	Distribuci3n de índices por barrio . . . . .	63
5.1.	Tasa de delitos nacional vs tasa de delitos para las 4 principales ciudades. Fuente: Elaboraci3n propia con datos de la DIJIN, Policía Nacional . .	66
5.2.	Barrios y puntos calientes . . . . .	67
5.3.	Escenarios del caso de aplicaci3n . . . . .	68
5.4.	Ejemplo ajuste de distribuci3n . . . . .	70
5.5.	Ejemplo selecci3n de ventana crítica . . . . .	71
5.6.	Resultados del caso de aplicaci3n . . . . .	73
C.1.	Matriz de correlaciones . . . . .	92
D.1.	Matriz de tiempos de viaje escenario 1 (minutos) . . . . .	94
D.2.	Matriz de tiempos de viaje escenario 2 (minutos) . . . . .	95
D.3.	Matriz de tiempos de viaje escenario 3 (minutos) . . . . .	96
D.4.	Matriz de tiempos de viaje escenario 4 (minutos) . . . . .	97
D.5.	Matriz de tiempos de viaje escenario 5 (minutos) . . . . .	98
D.6.	Matriz de tiempos de viaje escenario 6 (minutos) . . . . .	99

## LISTA DE TABLAS

### Tabla

1.1.	Estudios que indican el efecto que tiene la policía en el crimen . . . . .	2
1.2.	Resumen de los resultados de la taxonomía. . . . .	15
2.1.	Parámetros de instancia $n = 7$ y $p = 2$ . . . . .	28
2.2.	Resultados patrulla 1 . . . . .	29
2.3.	Resultados patrulla 2 . . . . .	29
2.4.	Resultados de la función objetivo . . . . .	30
4.1.	Penas en años por tipo de delito (Código Penal Nacional) . . . . .	54
4.2.	Coefficiente de puntuación del PCA para ponderar indicadores . . . . .	61
4.3.	Resumen de variables: Fuente de información, mínimos, máximos y ponderaciones . . . . .	62
5.1.	Cantidad de puntos calientes en cada escenario . . . . .	69
5.2.	Parámetros . . . . .	72
5.3.	Mejores soluciones escenario 1 . . . . .	73
5.4.	Mejores soluciones escenario 2 . . . . .	74
5.5.	Mejores soluciones escenario 3 . . . . .	74
5.6.	Mejores soluciones escenario 4 . . . . .	75
5.7.	Mejores soluciones escenario 5 . . . . .	76
5.8.	Mejores soluciones escenario 6 . . . . .	76

# Índice de algoritmos

1.1. Estructura básica de GA . . . . .	8
1.2. Estructura básica de ACO . . . . .	9
3.1. Estructura Algoritmo Principal . . . . .	34
3.2. Estructura Algoritmo Genético . . . . .	35
3.3. Estructura Cruzamiento . . . . .	36
3.4. Estructura Mutación . . . . .	37
3.5. Estructura Inserción . . . . .	37
3.6. Estructura Actualizar Elite . . . . .	38
3.7. Estructura Colonia de Hormigas . . . . .	38
3.8. Estructura Repartir Feromonas . . . . .	39
3.9. Estructura Evaporar Feromonas . . . . .	39
3.10. Estructura Construir Camino . . . . .	40
3.11. Estructura Cálculo de Probabilidad de selección . . . . .	41
3.12. Estructura BER . . . . .	42
3.13. Estructura Ramificar . . . . .	42
3.14. Estructura Calcular Tiempos . . . . .	43
3.15. Estructura Calcular Fitness . . . . .	43



## CAPÍTULO 1

# INTRODUCCIÓN Y REVISIÓN LITERARIA

La seguridad pública representa un asunto crítico para la sociedad. De hecho, muchos países han dedicado capítulos completos en sus *Planes Nacionales de Desarrollo*<sup>1</sup> a la contención y prevención del delito. Esta tesis, se enfoca en la seguridad urbana: busca, como objetivo principal, encontrar una estrategia para evitar el crimen urbano e incrementar la seguridad en las comunidades, a través del patrullaje preventivo de policías.

Patrullaje urbano, se define como la continua vigilancia a la comunidad por parte de agentes de policías. En general, se aplican tres modalidades de patrullaje: preventivo, disuasivo o reactivo. En el preventivo se identifican sitios que son propensos a la comisión de delitos, ya sea por características propias del sitio o por referencia de datos estadísticos que así lo indican. El patrullaje disuasivo se activa en respuesta a una amenaza o alta probabilidad de ocurrencia de un delito. El patrullaje reactivo se presenta después del reporte de un delito con el fin de restablecer el orden público. (Policía Nacional, 2008).

La presente investigación se enfoca en el patrullaje preventivo, el cual se considera universalmente como la mejor estrategia para controlar el crimen urbano. Numerosos estudios han demostrado consistentemente que la presencia de policías en la calles, reduce la actividad criminal (Ver Tabla 1.1).

---

<sup>1</sup>Es un documento que sirve de base y provee los lineamientos estratégicos de las políticas públicas de un país formuladas por las autoridades de gobierno. Es el instrumento formal y legal por medio del cual se trazan los objetivos del gobierno permitiendo la subsecuente evaluación de su gestión.  
<https://www.dnp.gov.co/Plan-Nacional-de-Desarrollo/paginas/qu-es-el-pnd.aspx>

Tabla 1.1: Estudios que indican el efecto que tiene la policía en el crimen

Autor y Año	Detalle	Datos	Método	Principales Conclusiones
Levitt (1995)	Estimación del efecto que tiene la policía en el crimen, usando datos en tiempos electorales.	59 ciudades de EE.UU. Entre 1970-1992.	Mínimos cuadrados en dos etapas.	Cada policía reduce el número de delitos de 8 a 10 por año
Di Tella and Schargrotsky (2004)	Estimación del impacto de la policía en el crimen basados en la ubicación de la policía después de un ataque terrorista.	Buenos aires en 1994.	Mínimos cuadrados. Modelos de regresión.	El robo de autos disminuyó 75 % en los bloques protegidos y hay poco o ningún cambio en bloques desprotegidos distantes
Klick and Tabarrok (2005)	Estimación del impacto de la policía en el crimen, usando datos en períodos de alerta máxima por amenazas terroristas.	Washington. Entre 2002-2003.	Modelos de regresión.	Si se aumenta la presencia de policías en 50 %, los niveles de crimen disminuyen en un 15 %, siendo robos de autos los delitos que más disminuyen
Evans and Owens (2007)	Análisis de la correlación entre el presupuesto del programa COPS, el tamaño de las fuerzas policíacas y su impacto en la delincuencia.	2074 ciudades de EE.UU. Entre 1990-2001	Modelos de regresión básicos y econométricos.	Los policías (contratados por el programa COPS) generan reducciones estadísticamente significativas en delitos como robos y asaltos agravados
Lin (2009)	Exploración de la estructura financiera que relaciona impuestos estatales, cantidad de policías locales y su impacto en niveles de delincuencia.	EE.UU. Entre 1970-2000.	Mínimos cuadrados en dos etapas.	Hay relación negativa y significativa entre la presencia de policías y el crimen. La elasticidad estimada de delitos contra la propiedad fue de -0.9 y en delitos violentos de -1.1.
Worrall and Kovandzic (2010)	Instrumentación de niveles policiales con subvenciones federales para obtener modelos sobre-identificados que expliquen su efecto en la delincuencia	5000 ciudades de EE.UU. Entre 1990-2001.	Método de los momentos generalizados.	Asociaciones inversas bastante robustas entre niveles policiales e índices de criminalidad (homicidio, robo y asalto) principalmente en ciudades grandes con población superior a 100.000
Chalfin and McCrary (2013)	Mediciones del error corregido del efecto de la policía en la delincuencia usando la variación natural en los cambios policiales año tras año de cada ciudad	200 ciudades grandes y medianas de EE.UU. Entre 1960-2010	Modelo de medición del error	Cada \$1 dólar gastado en policías, representa una reducción de \$1.6 en costos de victimización
Mello (2017)	Efecto causal del policías adicionales en la actividad criminal local, usando la variación cuasi-aleatoria en el recibo de la subvención.	4327 ciudades y pueblos de EE.UU. Entre 2004-2014.	Técnica diferencia de diferencias.	La subvención media incrementa en un 6 % la cantidad de policías. Cada oficial reduce 4.3 % delitos violentos y 15.4 % delitos contra la propiedad.

Esto también se evidencia en el comportamiento del crimen a través de los años en muchas ciudades de EE.UU. Por ejemplo, en la Figura 1.1 se observa que en Nueva York y Los Angeles, a medida que aumenta el número de oficiales de policía contratados para patrullar, las tasas de delincuencia disminuyen sustancialmente cada año. Además, en Roeder et al. (2015) se evaluó el efecto que tienen diversas variables en la reducción del crimen. Estas variables incluyen políticas de justicia criminal, factores económicos o factores sociales y ambientales. Se demostró, que al aumentar el número de policías, administrados de forma efectiva para patrullar, realmente se puede reducir el crimen.

Ahora bien, para garantizar la efectiva asignación de los recursos disponibles, la mejor opción es determinar con antelación los itinerarios de los recursos y programar sus operaciones. Para ello, es necesario definir los lugares donde se desea mitigar y/o eliminar índices delictivos y planear las rutas para la movilización de las patrullas. En el marco computacional actual, los gestores de seguridad han empleado diferentes modelos matemáticos y algoritmos, que han demostrado ser las mejores herramientas para la generación de rutas efectivas para las patrullas.

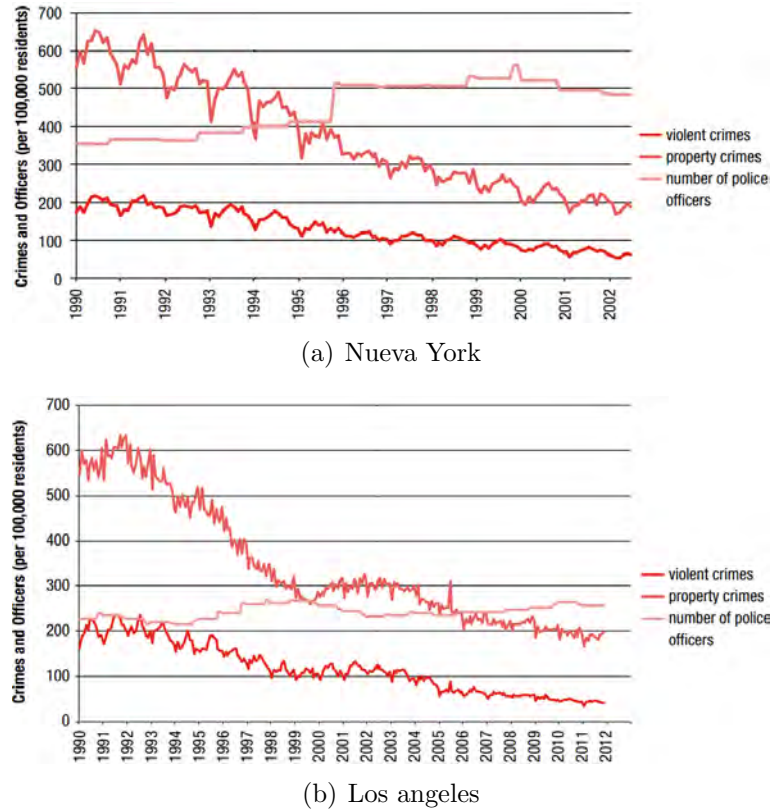


Figura 1.1: Tasas de crimen y número de oficiales de policía (1990-2013)

Fuente: Roeder et al. (2015)

## 1.1. Problema abordado

Antes de los años 70, la mayoría de los departamentos de policía designaban de manera manual los horarios y rutas para patrullas (Taylor and Huxley, 1989). La toma de decisiones se basaba en conjeturas y con los métodos manuales, era imposible saber si la programación era óptima (Kolesar et al., 1976). También era difícil evaluar otras alternativas para el despliegue de oficiales. Desde los años 70, se han propuesto una serie de modelos matemáticos para lograr estos propósitos y así fue como nació el problema de enrutamiento de patrullas. El problema tiene como objetivo, generar rutas para el despliegue de patrullas de la mejor manera posible, garantizando cobertura y seguridad a todo el área asignada, teniendo en cuenta puntos críticos, variaciones de tiempo, costo y restricciones de recursos.

Es incuestionable la importancia de implementar herramientas que permitan la planeación de las fuerzas de seguridad. De esta forma se contribuye eficazmente en la toma de decisiones y asignación de recursos para lograr resultados beneficiosos. En efecto,

herramientas como CompStat (Weisburd et al., 2003) y GAPatrol (Reis et al., 2006a) revolucionaron el sistema organizativo de los departamentos de policía que las usaron. Estas tecnologías innovadoras ofrecen un enfoque dinámico para mejorar la gestión del personal militar y de policías. Con este fin, las herramientas permiten identificar picos criminales, ofrecen información oportuna y precisa, dan paso al despliegue rápido de patrullas, etc.

Solo después del reciente avance de los sistemas de información geográfica (SIG) y de la tecnología informática, se comenzaron a obtener resultados de cálculo en tiempos razonables, ofreciendo soluciones de fácil representación y manipulación. Desde entonces, se hacen populares metodologías automáticas para generación de rutas de patrullas. Sin embargo, la integración de SIG con modelamiento matemático para este tipo de objetivos, aún tiene mucho material investigativo para explorar.

Uno de los principales objetivos de los altos mandos de la policía o responsables de la seguridad en núcleos urbanos, es implementar políticas preventivas, que garanticen la presencia de patrullas en zonas vulnerables para reducir la probabilidad de ocurrencia de delitos.

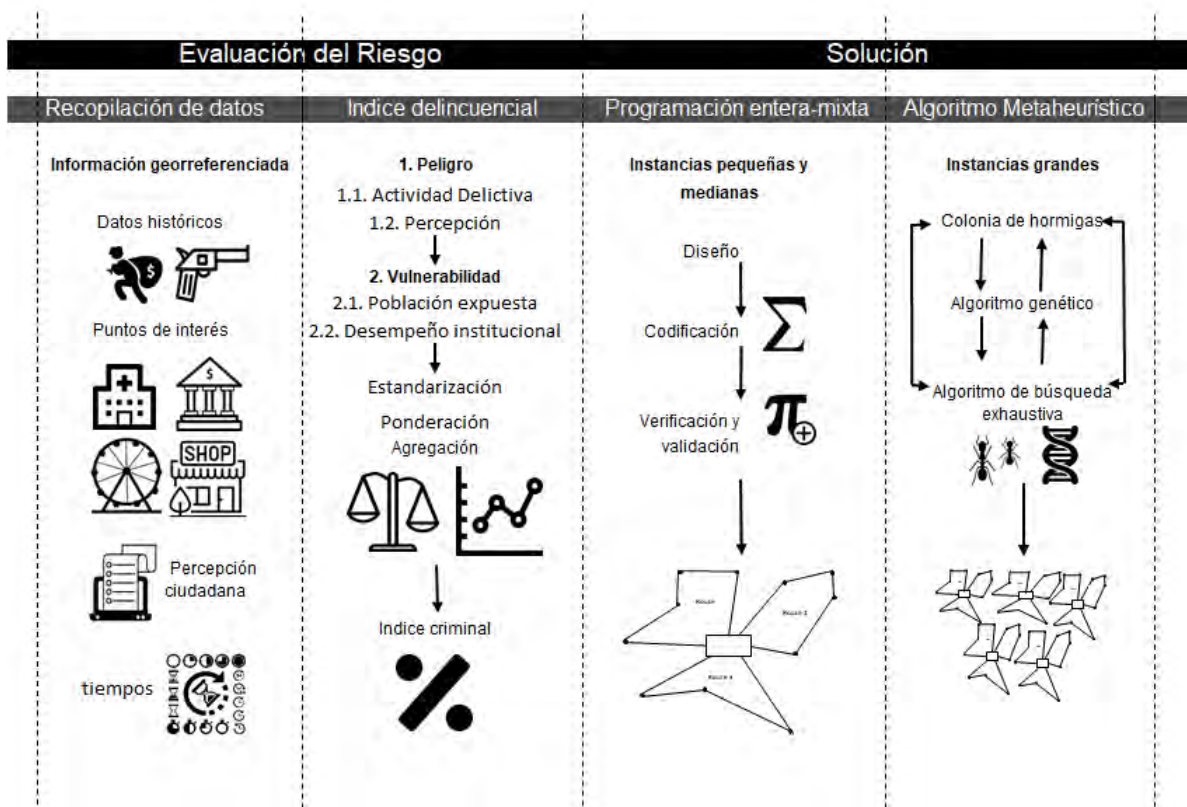


Figura 1.2: Fases de la tesis

Para ello, en esta tesis se aborda el problema de generación de rutas para el patrullaje preventivo de policías, con el fin de garantizar la mayor cobertura posible a los puntos calientes de una región en sus horarios críticos. El trabajo consta de cuatro fases paralelas:

- Recopilación de información necesaria para la evaluación del riesgo delincucional y aplicación del caso de estudio en la ciudad de Barranquilla.
- Propuesta de una metodología para la definición de un índice criminal por sectores, basado en el concepto de análisis de riesgo.
- Desarrollo de un método exacto que modele el problema de enrutamiento de patrullas.
- Desarrollo de un método meta-heurístico para la solución del problema de enrutamiento de patrullas con instancias de gran tamaño.

En la Figura 1.2 se muestra un resumen de las fases del proyecto.

## **1.2. Objetivos**

### **1.2.1. Objetivo general**

Diseñar una herramienta para la definición de estrategias de patrullaje preventivo a través de la generación de rutas efectivas en una región con altos niveles de riesgo criminal.

### **1.2.2. Objetivos específicos**

- Definir un modelo de optimización para la generación de rutas para patrullas.
- Desarrollar una herramienta computacional basada en algoritmos metaheurísticos para la solución del modelo de optimización propuesto.
- Realizar una caracterización sobre el nivel de riesgo criminal de una región.
- Aplicar la metodología propuesta a través de un caso de estudio.

### 1.3. Contribuciones

1. La primera contribución, es un problema multi-criterio para el diseño eficiente de rutas de patrullas.

El problema se plantea a través de un modelo de programación lineal entero-mixto con el que se logran resultados eficientes en términos de optimización, considerando variaciones de tiempo, costo y restricciones de recursos.

El problema propuesto es NP-hard y es una modificación del Problema de Ruteo de Vehículos con ventanas de tiempo suaves (VRPSTW). El objetivo consiste en minimizar dos criterios de decisión: índices de riesgo y tiempos de viajes, mientras se visitan una serie de puntos que representan los puntos calientes de una zona.

El primer criterio, busca disminuir índices de riesgo al maximizar los servicios efectivos. Para que un servicio sea efectivo, las patrullas deben visitar los puntos dentro de sus ventanas de tiempo críticas, que corresponden a un rango de tiempo con mayor actividad criminal. Cada punto tiene un índice de riesgo asociado, el cual se reduce al ser visitados por las patrullas dentro de las ventanas críticas correspondientes.

El segundo criterio busca minimizar el tiempo total de ruteo, que corresponde al tiempo que tardan las patrullas en viajar desde cada punto caliente a otro y regresar a la base.

2. La segunda contribución consiste en una herramienta computacional que genera estrategias de patrullaje preventivo, teniendo en cuenta los objetivos del problema formulado. Se proponen algoritmos meta-heurísticos para la solución de instancias a gran escala. El algoritmo principal consta de tres fases complementarias:

- *Asignación de puntos calientes a cada patrulla.* Para ello, se propone un Algoritmo Genético (GA) que genera diferentes agrupaciones de puntos calientes y los asigna a las respectivas patrullas. El algoritmo explora numerosas combinaciones e itera hasta encontrar la configuración con mejores resultados. El

GA se caracteriza por su capacidad de búsqueda local y global, robustez y adaptabilidad, lo cual es necesario en esta fase.

- *Generación de rutas* que establecen el itinerario de cada patrulla. En otras palabras, se define el orden en el que deben ser visitados los puntos calientes, garantizando que el tiempo de llegada y salida sea adecuado y que los tiempos de viajes sean efectivos. El algoritmo está basado en la Optimización de Colonia de Hormigas (ACO), conocido por sus bondades para encontrar los mejores caminos o rutas en redes de carreteras.
- *Definición de tiempos de servicio* que determinan la primera función objetivo. El tiempo de servicio es una variable clave dentro del sistema, que da lugar a la reducción del riesgo delincriminal. La interacción entre esta variable y su coincidencia en las ventanas de tiempo críticas constituyen la efectividad del algoritmo principal. Para encontrar los mejores tiempos de servicio en cada punto, se desarrolla un algoritmo de búsqueda exhaustiva. El cual es un proceso simple exploratorio que consiste en probar todas las combinaciones posibles de tiempos de servicios, a través de la ramificación de una solución en un valor superior e inferior, que a su vez también se ramifica hasta llegar al nivel más bajo, que corresponde al último nodo visitado. De esta forma, se evalúan desde abajo y se toma la decisión por cada nivel, de acuerdo a sus desempeño.

3. La tercera contribución es la propuesta de una metodología multi-criterio para la **definición de un índice criminal** para cada punto representativo de una región.

Para definir el índice criminal, se propone un método de evaluación del riesgo, que integra diversos factores socio-económicos y socio-demográficos asociados a cada punto geográfico, con el fin de marcar prioridades en la generación de rutas para patrullas. El índice agrega dos dimensiones principales: peligro y vulnerabilidad. La dimensión de peligro integra la actividad delictiva y la percepción ciudadana, mientras que la dimensión de vulnerabilidad se enfoca en medir la población expuesta a los delitos y el desempeño institucional para hacerles frente.

## 1.4. Revisión literaria

### 1.4.1. Técnicas y algoritmos usados

A continuación se ofrece una breve introducción sobre los algoritmos seleccionados:

#### ■ Algoritmo Genético (GA)

Este algoritmo fue desarrollado en los años 60 por JH Holland. Se basa en la evolución de la genética a través de la selección natural, en otras palabras, en la capacidad de la naturaleza para desarrollar seres vivos bien adaptados a su entorno (Asih et al., 2017). Los algoritmos genéticos se pueden definir como modelos computacionales de procesos evolutivos. En cada iteración se aplican operadores a los individuos de una población para generar los individuos de la siguiente población o iteración. Los operadores mas usados son: *cruzamiento*, que combina dos o más individuos (padres) para producir nuevos individuos (hijos) y *mutación*, que es un proceso de modificación a la nueva población. Un aspecto importante del algoritmo es la *selección* de individuos basados en su fitness (esto puede ser el valor de una función objetivo, el resultado de una simulación o cualquier otra medida de calidad). Los individuos con el fitness más alto tienen una mayor probabilidad de ser seleccionados como miembros de la siguiente generación o como padres de nuevos individuos. Esto es lo que se conoce como *supervivencia del más apto* en la evolución natural.

---

**Algoritmo 1.1:** Estructura básica de GA

---

```
1 inicio
2    $P \leftarrow \text{GenerarPoblaciónInicial}()$  ;
3   Evaluar( $P$ );
4   mientras Condiciones de terminación no se cumplan hacer
5      $(P') \leftarrow \text{Cruzar}(P)$  ;
6      $(P'') \leftarrow \text{Mutar}(P')$  ;
7     Evaluar( $P''$ ) ;
8      $P \leftarrow \text{Seleccionar}(P'' \cup P)$  ;
9   fin
10 fin
```

---

En el Algoritmo 1.1 se muestra la estructura básica de un GA. En este algoritmo  $P$  denota la población de individuos. Se genera una población de descendientes



cuando se aplican los operadores de *cruzamiento* y *mutación* y los individuos para la próxima generación se *seleccionan* de la unión de la población anterior y de la población descendiente (Blum and Roli, 2003).

## ■ Optimización por Colonia de Hormigas (ACO)

Es una metaheurística propuesta por Marco Dorigo en 1992. La fuente inspiradora del ACO es el comportamiento de las hormigas a la hora de buscar comida, el cual les permite encontrar los caminos más cortos entre las fuentes de alimentos y su nido. Mientras caminan hacia la fuente de alimentos, ellas depositan en el suelo una sustancia llamada feromona, para que otras hormigas puedan seguir el rastro. Si hay más hormigas que pasan por cierto camino, mayor será la cantidad de feromonas. En consecuencia, aumenta la probabilidad de que otras hormigas seleccionen esa ruta. Por el contrario, si hay menos hormigas que pasan por ese camino, las feromonas se evaporan a medida que pasa el tiempo y así, hay menos probabilidad que seleccionen esta ruta. El algoritmo ACO inicia con movimientos aleatorios de hormigas que van en busca de un camino-solución. En cada iteración, las hormigas construyen una solución basada en ciertos procedimientos. Cada hormiga pasa de un punto a otro de acuerdo a cierta probabilidad. Después que todas las hormigas completen sus movimientos, la cantidad de feromonas se actualiza por la influencia de una tasa de evaporación (Asih et al., 2017).

---

### Algoritmo 1.2: Estructura básica de ACO

---

```

1 inicio
2   InicializarValoresFeromonas() ;
3   mientras Condiciones de terminación no se cumplan hacer
4     ConstruirSolución() ;
5     ActualizarFeromonas() ;
6     AccionesDaemon() ;
7   fin
8 fin
```

---

En el Algoritmo 1.2 se muestra una estructura básica de la metaheurística ACO. Esta consta de tres partes: 1) una hormiga construye una solución al moverse a través

de los nodos del grafo, las hormigas se mueven con decisiones locales y estocásticas, teniendo en cuenta los valores de las feromonas y las conexiones del grafo; 2) después de agregar un componente a la solución actual, las hormigas pueden actualizar el rastro de la feromona, la evaporación de la feromona consiste en disminuir la intensidad del rastro, esto es necesario para evitar una rápida convergencia hacia una región sub-óptima, lo cual favorece la exploración de nuevas áreas en el espacio de búsqueda; y 3) las acciones daemon son opcionales y no pueden ser realizadas por hormigas individuales, por ejemplo, búsquedas locales aplicadas a las soluciones generadas por todas las hormigas o la colección de información global para decidir si se deben depositar feromonas adicionales y lograr una búsqueda desde una perspectiva no local, en otras palabras, depositar feromona extra en los componentes de la hormiga que construyó el mejor camino (Blum and Roli, 2003).

#### 1.4.2. Taxonomía

El problema de programación de patrullas ha sido abordado desde diferentes perspectivas en la investigación científica. Con el fin de conocer su evolución en la literatura, se revisaron 112 trabajos referentes al tema, que incluyen artículos científicos, actas de conferencias, libros y tesis de postgrados. Cada trabajo revisado se clasificó de acuerdo a una taxonomía, planteada para identificar los distintos enfoques propuestos por los autores. La taxonomía tiene forma arborescente y consta de dos niveles de ramificación de arriba a abajo (ver Figura 1.3). Las clasificaciones y sub-clasificaciones del primer y segundo nivel, no son estrictamente distintivas, es decir, que un artículo puede abordar varias sub-categorías de la misma categoría. La primera división está construida de modo que cada artículo se pueda clasificar en cuatro componentes dentro del mismo nivel.

A continuación se detalla cada componente y sus respectivos enfoques.

1. **Planteamiento del problema:** Este componente responde a la necesidad de segmentar un problema general en varios problemas específicos para mejorar la eficiencia de la solución. Es decir, el problema de programación de patrullas, se divide en varios sub-problemas de acuerdo a distintos objetivos. Así, los autores abordan uno

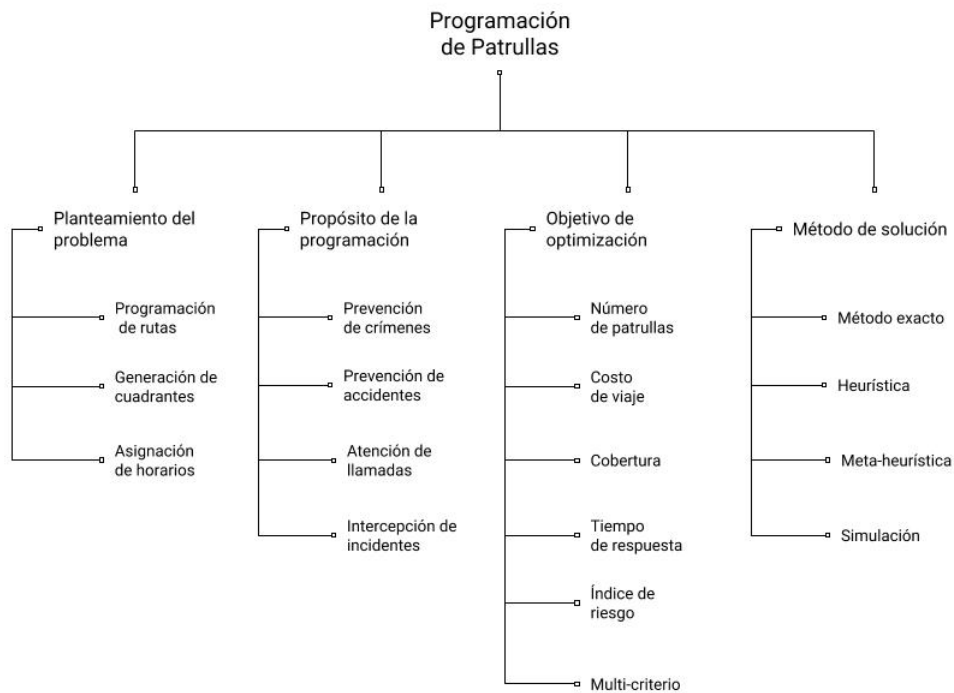


Figura 1.3: Taxonomía

o varios de estos sub-problemas de acuerdo a su especialidad. En la literatura se identificaron tres planteamientos frecuentes: programación de rutas, generación de cuadrantes y asignación de horarios.

- *Programación de rutas.* Generalmente, las patrullas deben visitar algunos sitios específicos para cumplir su deber. La programación de rutas consiste en definir los mejores caminos disponibles para transportarse de un punto a otro y el orden en que estos puntos deben ser visitados.
- *Generación de cuadrantes.* El objetivo es dividir un territorio de acuerdo a una estructura jerárquica, en varios distritos de comando. Cada distrito está dividido en sectores y tiene un oficial reponsable que supervisa las operaciones. Cada sector tiene patrullas asignadas a su servicio.

- *Asignación de horarios.* En este problema se determinan los mejores turnos y horarios de servicio de acuerdo a una demanda y el número de patrullas requeridas cada hora.

2. **Propósito de la programación:** Este componente busca identificar si el propósito de programar patrullas es de carácter reactivo, preventivo o en tiempo real. Para ello, se evalúa el enfoque planteado del servicio policial, que incluye patrullaje preventivo (tránsito y anti-criminal), atención inmediata de llamadas o intercepción de incidentes.

- *Prevención de crímenes.* Las patrullas disponibles (recurso crítico) deben visitar diferentes puntos de una región durante un tiempo dado, con el fin de proteger el área y evitar la ocurrencia de hechos delictivos.
- *Prevención de accidentes de tránsito.* Es parecido al anterior, en este caso, deben patrullar diferentes puntos para evitar incidentes de tránsito. Los oficiales deben direccionar el flujo vehicular o peatonal para lograr que los usuarios cumplan las normas de tránsito establecidas.
- *Atención de llamadas.* En una región, las patrullas se distribuyen de forma estratégica para responder a llamadas de emergencia lo más pronto posible, por lo general, después de culminar la labor correctiva, la patrulla retorna al punto inicial asignado.
- *Intercepción de incidentes.* Aquí se busca lograr que durante el recorrido de una unidad de policía, se sorprenda in fraganti alguna actividad delictiva.

3. **Objetivo de optimización:** La optimización de cualquier sistema está orientada a garantizar la eficiencia de los objetivos deseados. Sin embargo, los objetivos varían de acuerdo a la configuración de cada problema, por ejemplo, en la programación de patrullas, algunos autores apuntan a minimizar costos y recursos, otros se enfocan en maximizar cobertura.

- *Número de patrullas.* Debido a que hay un gran número de requerimientos o puntos calientes por atender y muy pocas cuadrillas disponibles, se puede afirmar que es el recurso más crítico de una estación de policías, por lo tanto, se cita como uno de los objetivos más frecuentes en la optimización de estos procesos.
- *Costo de viaje.* El tiempo que tarda cualquier vehículo en transportarse de un punto a otro, siempre puede minimizarse al escoger la mejor ruta posible. De esta forma, si se logra disminuir el tiempo de viaje de las patrullas durante su turno, es posible ganar tiempo para atender otros requerimientos.
- *Cobertura.* Es un factor asociado a la distribución del personal, de forma que puedan cubrir un área máxima. Para algunos autores cobertura significa aumentar el numero de incidentes cubiertos, para otros, significa maximizar el tiempo de servicio en los tiempos límites.
- *Tiempo de respuesta.* Se refiere al tiempo que se tardan en atender una llamada de emergencia, teniendo en cuenta la prioridad de las actividades realizadas al momento de la llamada.
- *Indices de riesgo.* Algunos autores miden el riesgo en diferentes puntos de una región y lo establecen como un índice para lograr minimizarlo con alguna estrategia de patrullaje.
- *Multi-criterio.* El problema de programación de patrullas, implica tener varios criterios de decisión que no siempre son complementarios. Sin embargo, algunos autores han intentado modelar el problema en un nivel mas realista, enfocándose en más de un objetivo.

4. **Método de solución:** Los métodos para resolver la programación de patrullas son variados. Están basados en el enfoque de optimización utilizado y en las herramientas computacionales disponibles. En la literatura, se encontraron numerosos trabajos que implementaban métodos exactos, algoritmos heurísticos o simulaciones.

- *Simulación.* Es una técnica para imitar las operaciones de una sistema, a través de diversas tecnologías de computación. Los programas de simulación generan y guardan ocurrencias de los eventos asociados al sistema como si fueran reales. En la literatura, los más usados son cadenas de markov, sistemas de líneas de espera, técnicas de monte carlo y simulaciones específicas a cada problema.
- *Método exacto.* Son los que exploran el espacio de búsqueda y generan soluciones óptimas para cualquier instancia en determinado tiempo. Dada la complejidad del problema, solo son eficientes para problemas pequeños. Los mas comunes son la programación lineal (entera o mixta), programación dinámica y programación basada en metas.
- *Heurística.* Heurístico se define como técnica de la indagación y del descubrimiento (Real Academia Española, 2018). Una heurística es un procedimiento que explora un espacio de búsqueda limitada para resolver un problema de optimización, generando soluciones aceptables. Aquí destacan los algoritmos de ahorro, de inserción y procedimientos de búsqueda local.
- *Meta-heurística.* El prefijo meta significa "después" o "más allá" (Real Academia Española, 2018). Los algoritmos meta-heurísticos intentan ir más allá de las soluciones obtenidas con los heurísticas clásicas. Esto se debe a que muchas veces las soluciones heurísticas generan óptimos locales que pueden estar lejos de los óptimos globales. Generalmente, las meta-heurísticas hacen una mejor exploración del espacio de búsqueda y obtienen mejores resultados que las heurísticas con mayores tiempos de corrida (pero menos tiempo que los algoritmos exactos). Destacan recocido simulado, búsqueda tabú, algoritmos genéticos, sistemas de hormigas y redes neuronales.

#### 1.4.2.1. Resultados de la clasificación

Los resultados detallados de la clasificación de los 112 trabajos, se muestran en el Apéndice A de este manuscrito.

En la tabla 1.2 se presenta una visión general de los resultados. En la primera y segunda columna, se indica la *categoría* y *sub-categoría*, respectivamente. Al lado de la columna *Número de artículos*, se muestra la *Presencia relativa* de cada sub-categoría sobre todos los trabajos revisados. También se muestra la presencia relativa por rangos de diez años de publicación. Esto puede ayudar a identificar tendencias.

Si se analiza cada característica de forma individual, la tabla 1.2 indica que:

Tabla 1.2: Resumen de los resultados de la taxonomía.

Categoría	Sub-categoría	Número de artículos	Presencia relativa			
			Total (%)	Antes del 2000 (%)	2000-2009 (%)	2010-2017 (%)
Planteamiento del problema	Programación de rutas	64	57.1	2.7	9.8	44.7
	Generación de cuadrantes	44	39.3	11.6	5.4	22.3
	Asignación de horarios	42	37.5	10.7	3.6	23.2
Propósito de la programación	Prevención de crímenes	49	43.8	3.6	8.9	31.3
	Atención de llamadas	38	33.9	10.7	6.3	17
	Prevención de accidentes	28	25.0	3.6	2.7	18.8
	Intercepción de incidentes	25	22.3	3.6	2.7	16.1
Objetivo de optimización	Número de patrullas	53	47.3	10.7	4.5	32.2
	Costo de viaje	36	32.1	7.1	3.6	21.5
	Tiempo de respuesta	29	25.9	8.0	3.6	14.3
	Índices de riesgo	27	24.1	1.8	6.3	16.1
	Cobertura	24	21.4	3.6	2.7	15.1
	Multi-criterio	10	8.9	0.9	1.8	6.3
Método de solución	Método exacto	64	57.1	12.5	6.3	38.4
	Simulación	51	45.5	10.7	6.3	28.6
	Meta-heurística	27	24.1	0.0	5.4	18.7
	Heurística	18	16.1	0.9	1.8	13.4

1) A la larga, en la categoría **planteamiento del problema**, sus tres sub-categorías han sido tratadas en promedio por un 50 % de los autores. Aunque se trabajen por separado, los tres planteamientos hacen parte del mismo problema y es normal que tengan igual importancia. Se puede señalar que la sub-categoría “programación de rutas” tiene una participación ligeramente superior con casi un 60 % frente al 40 % de “generación de cuadrantes” y “asignación de horarios”. Sin embargo, los autores se han interesado con mas fuerza en la “programación de rutas” solo desde el 2010, esto se debe a que es un problema complejo cuyas soluciones requieren tecnologías que solo han estado disponibles en los últimos años. Por otro lado, en cada artículo se pueden estudiar varias sub-categorías de una misma categoría. Así, se evidencia que la programación de rutas es la sub-categoría que más se trabaja de forma individual (casi 40 %) y muy pocas veces incluyen otras sub-categorías, es decir, que la programación de rutas se trata junto a la generación de cuadrantes en solo un 5 % y con asignación de horarios en un 15 %. En cambio, la asignación de horarios es la que menos se trató de forma individual (menos del 10 %), casi siempre incluían otra sub-categoría en el estudio. Se puede afirmar que de

las tres sub-categorías, la programación de rutas tiene mayor complejidad y aunque se ha estudiado en años recientes, aún quedan numerosas técnicas de solución pendientes por evaluar y diversas alternativas en la configuración pendientes por explorar.

2) Dentro de los **propósitos de la programación**, el más popular es la “prevención de crímenes” con un 43.8 % de participación general, aunque antes del 2009 solo fue estudiado por el 12 % de los autores, desde el 2010 más del 30 % mostró interés en el tema. El segundo lugar en la lista, lo ocupa la “atención de llamadas” con un 33.9 % de los estudios y con participaciones casi iguales a lo largo de los años. Este comportamiento quizá se debe a que la atención de llamadas es un proceso menos complejo que la prevención de crímenes. En la atención de llamadas, los autores de cualquier época solo debían lidiar con la tarea de asignar recursos para atender rápidamente las llamadas, reduciéndolo a un problema de búsqueda de caminos entre un origen y un destino, que se puede resolver con algoritmos ya existentes como Bellman–Ford o Dijkstra. En cambio, la prevención de crímenes incluye muchas más variables y restricciones como administración de tiempos de servicio, búsqueda de camino entre varios orígenes y varios destinos, asignación de puntos estratégicos, entre otros, lo cual implica una complejidad superior. Por otro lado, “la prevención de accidentes” e “intercepción de incidentes” se consideran con menos frecuencia (25 % y 22.3 % respectivamente). Los estudios sobre intercepción de incidentes fueron principalmente teóricos sin casos de estudio, ya que los modelos propuestos dificultan su aplicación a escenarios reales. Por esta razón, es posible que el tema sea poco atractivo para la comunidad científica.

3) En la literatura, se utiliza una amplia variedad de **objetivos de optimización**. Claramente casi el 50 % de los estudios intentan optimizar el “número de patrullas”, un resultado bastante lógico, debido a que es un recurso crítico. Un poco más del 30 % incluyen un “costo de ruteo” (basado en tiempo de viaje o distancia) en la función objetivo. Este bajo porcentaje es un poco inesperado, ya que mas del 50 % de los estudios se enfocaron en la generación de rutas, el cual normalmente tiene asociado costos de operación (de viaje). El “tiempo de respuesta” (25.9 %), “índice de riesgo” (24.1 %) y “cobertura” (21.4 %) se consideran con menos frecuencia. Finalmente, optimizaciones “multi-criterio”



aparecen en un poco menos del 10 % de los estudios, lo cual brinda una oportunidad para futuras investigaciones, teniendo en cuenta que los escenarios reales tienen naturaleza multi-criterio.

4) Los resultados indican que el “método exacto” es el **método de solución** más usado (casi 60 %), aunque es computacionalmente costoso para instancias complejas y grandes, desde los inicios de la investigación (años 70), se han propuesto numerosos modelos matemáticos que plasman de forma eficaz los problemas de programación de patrullas. Sin embargo, desde el 2000, las “heurísticas y meta-heurísticas” han sido bastante usadas como técnicas alternativas que hacen posible la solución de problemas con instancias grandes. Por otro lado, la “simulación” también logra una fuerte posición dentro de los métodos mas usados con casi un 50 % de participación, destacan por su flexibilidad para ser aplicables a problemas reales.

Ahora bien, en esta tesis se aborda el planteamiento del problema *programación de rutas* con el objetivo de crear estrategias para la *prevención de crímenes*. Se hace un enfoque *multi-criterio* que busca minimizar los *costos de viaje* (tiempo) y los *índices de riesgo* delincencial (tiempo de servicio no efectivo). El problema se modela a través del *método exacto* programación lineal entero-mixto y se logran soluciones a instancias grandes con la propuesta de una *meta-heurística* que combina algoritmo genético, colonia de hormigas y búsqueda exhaustiva. De acuerdo a la clasificación propuesta, menos del 1 % de los estudios tienen esta misma configuración, lo cual sugiere que es un vacío en la literatura y brinda una oportunidad para explorar y evaluar su desempeño en esta área.

Por otro lado, en esta tesis se destacan dos contribuciones novedosas a la literatura: 1) se incluye en la función objetivo un criterio para disminuir el índice criminal, a través de la cuantificación del tiempo de servicio no efectivo y 2) se permiten tiempos de servicios variables, con el fin de plantear situaciones realistas del patrullaje policial. Este problema se plantea como una modificación del VRP, el cual tiene múltiples variantes en la literatura. Sin embargo durante la revisión literaria no se halló algún trabajo que diera solución al problema considerando el criterio del riesgo y los tiempos de servicios variables.

## **1.5. Organización de la tesis**

El capítulo 2 contiene la notación matemática y la formulación del modelo. El capítulo 3 contiene la técnica de solución propuesta para los modelos. En el capítulo 4 se detalla un método para la definición de índices criminales. El capítulo 5 contiene los resultados del caso de aplicación en Barranquilla, Colombia. Finalmente, el capítulo 6 contiene las conclusiones y discusiones sobre futuras investigaciones.

## CAPÍTULO 2

# FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

En este capítulo se presenta el modelo de programación lineal entero-mixto. Primero se ofrece una descripción detallada del problema. Luego se explican los supuestos del modelo. Se continúa con la respectiva notación y formulación matemática. Se finaliza con un ejemplo ilustrativo de la propuesta.

### 2.1. Descripción del problema

En esta tesis se propone el problema de ruteo de patrullas (PRP). Se deben determinar las rutas de las unidades policíacas disponibles para patrullar una zona con puntos críticos<sup>1</sup>, es decir, con altos índices criminales durante ventanas de tiempos críticas. El PRP consiste en determinar una estrategia para minimizar el riesgo delincencial de una región, teniendo en cuenta dos criterios: *i)* índices criminales y *ii)* tiempos de viaje.

Cada punto caliente tiene un índice criminal asociado a una ventana de tiempo crítica. Durante este tiempo específico, una patrulla debe visitar el punto una única vez y permanecer en él, con el fin de evitar cualquier actividad criminal. Sin embargo, en casos reales, las patrullas no siempre están disponibles para llegar o dejar un punto en el tiempo exacto en el que comienza y finaliza su ventana crítica. En estos casos, para medir el riesgo no cubierto, se mide el tiempo de servicio no efectivo, es decir, el tiempo en el que la patrulla no estuvo dentro la ventana crítica. De esta forma, el tiempo de servicio final en cada punto hace parte de la solución del problema.

---

<sup>1</sup>Los términos “puntos críticos”, “puntos calientes” y “puntos calientes” se usan indistintamente en este escrito para referirse a los puntos representativos de una zona con altos índices criminales.

A cada patrulla se asigna un grupo de puntos calientes, los cuales deben intentar visitar y patrullar durante sus ventanas de tiempo críticas. Las patrullas deben transportarse de un punto a otro a través del camino más corto, creando la mejor secuencia en el menor tiempo de viaje posible. El camino más corto viene predefinido en una matriz de tiempos. Cada unidad de policía comienza y termina su ruta en la misma base de operaciones. De esta forma, la asignación de puntos calientes y la secuencia de las visitas, también hacen parte de la solución del problema.

En la Figura 2.1 se muestra un ejemplo de una instancia pequeña del PRP. En la Figura 2.1a se observa que la región tiene 12 puntos calientes con diferentes niveles de delincuencia. En la Figura 2.1b se muestra que la solución consta de dos rutas. La patrulla 1 recorre la ruta  $\{base - D - A - F - G - I - J - base\}$  y la patrulla 2 recorre la secuencia  $\{base - B - E - C - H - L - K - base\}$ .

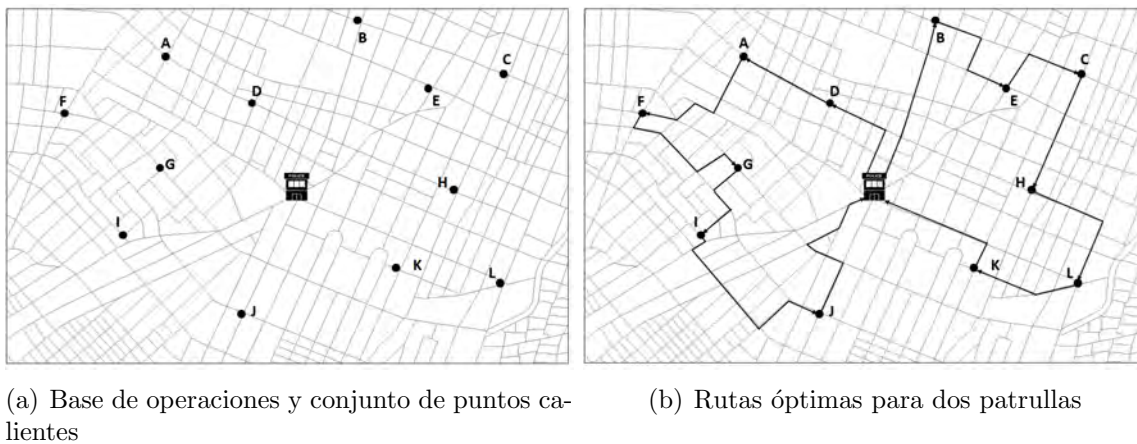


Figura 2.1: Solución representativa de un problema PRP

## 2.2. Supuestos del modelo

A continuación, se resumen las suposiciones usadas en el modelo:

1. Hay exactamente un arco entre cada par ordenado de nodos. Cada arco representa un segmento de carretera.
2. Excepto por la distancia, todos los arcos tienen características homogéneas que no influyen en la programación de rutas.

3. El tiempo de viaje es un parámetro constante y predefinido, es independiente de la hora o el tráfico en tiempo real.
4. El tiempo total de viaje no debe exceder la duración máxima del sistema (horizonte de tiempo)
5. La base de operaciones es única y se identifica mediante las ubicaciones dummy  $0$  y  $n + 1$ , es decir, el inicio y el final de las rutas, respectivamente.
6. Todas las unidades de policía son idénticas.
7. Una patrulla es suficiente para cubrir o controlar cada punto. Es decir, tener varias unidades al mismo tiempo en un lugar no aumenta su capacidad de reducir el riesgo. Por lo tanto, cada ubicación debe visitarse una vez y solo por una patrulla.
8. Cuando una patrulla visita un punto, esa ubicación se encuentra en su mayor estado de seguridad ya que la presencia de la unidad interceptará o evitará posibles delitos.
9. Cuando una patrulla visita un punto durante toda su ventana de tiempo crítica, el riesgo de la ubicación se vuelve cero.
10. Todos los parámetros son números no negativos. La cantidad de puntos calientes y patrullas son enteros.

### 2.3. Formulación matemática

El PRP se puede describir como un grafo dirigido completo  $\mathbb{G} = (\mathbb{N}, \mathbb{E})$  que consta de  $n+2$  nodos.  $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, \dots, n+1\}$  representa el conjunto de nodos y  $\mathbb{E} = \{(i, j) : i, j \in \mathbb{N}\}$  el conjunto de arcos. Los puntos calientes que deben ser visitados se denotan por los nodos  $1, 2, \dots, n$  y la base de operaciones se denota por los dos nodos  $0$  y  $n + 1$ , que indican el punto de salida y de regreso a la base. Cada punto caliente tiene una ventana de tiempo crítica, donde  $a_i$  y  $b_i$  indican el inicio y fin de la ventana. Lo ideal sería que las patrullas visitaran los puntos dentro del tiempo dado por la ventana. Cada arco  $(i, j)$  denota el arco de transporte (el camino más corto) desde el punto  $i$  hasta el punto  $j$ . Hay un tiempo

de viaje  $t_{ij}$  asociado a cada par  $i, j \in \mathbb{N}$ . La flota de unidades de policías es homogénea. Hay un conjunto de  $P = \{1, 2, \dots, p\}$  patrullas disponibles, ubicado inicialmente en la base de operaciones. El PRP se puede modelar usando las variables de decisión  $X_{ijv}$ ,  $T_{iv}$ ,

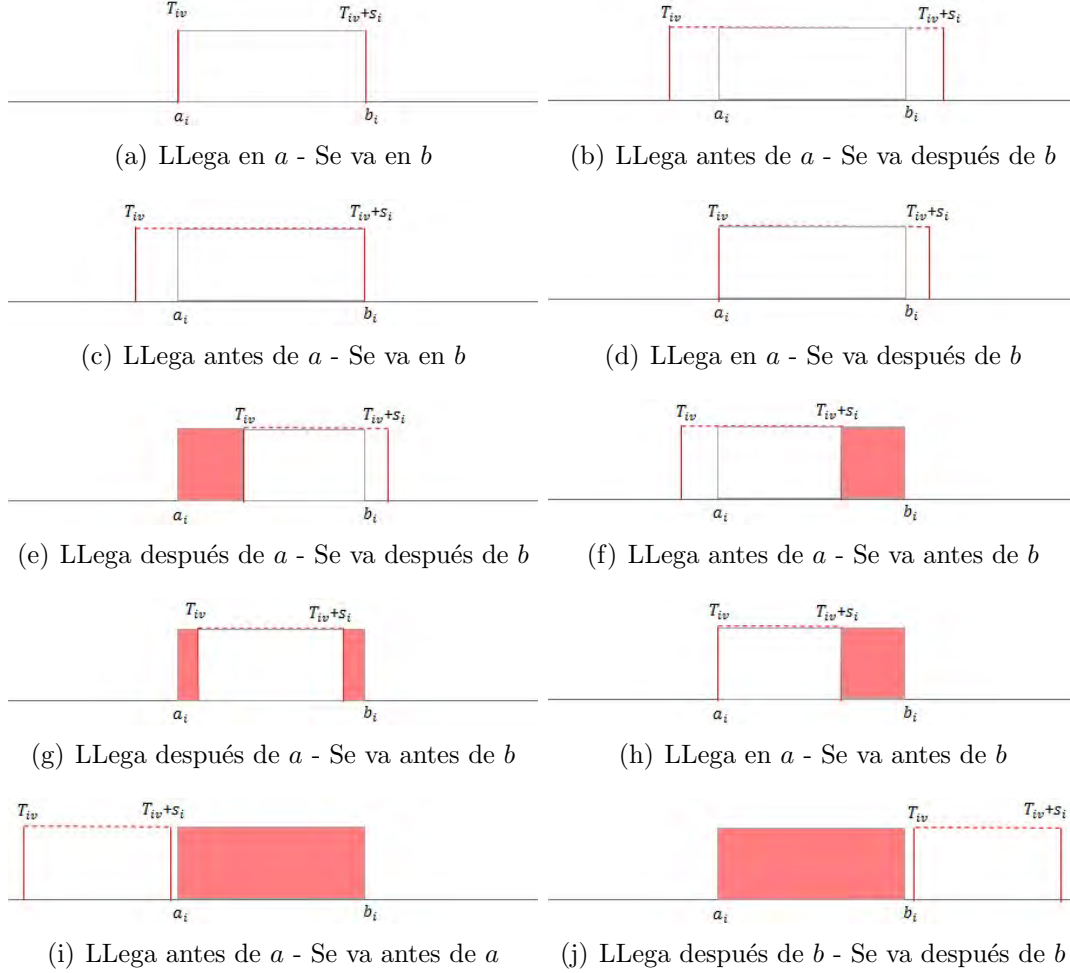


Figura 2.2: Representación del tiempo no efectivo (tiempos de llegada y salida con respecto a la ventana crítica)

$s_i$ ,  $Ra_i$  y  $Rb_i$ . La primera variable  $X_{ijv}$  es binaria y toma el valor de 1 si el arco  $(i, j)$  es usado por la patrulla  $v$  o toma el valor de 0 en otro caso. La variable continua  $T_{iv}$  representa el momento en el que inicia el servicio en la ubicación  $i$  cuando es atendida por la patrulla  $v$ . El valor de  $s_i$  indica la duración del servicio en  $i$ . Finalmente,  $Ra_i$  y  $Rb_i$  son variables que miden el riesgo no cubierto, en otras palabras, el tiempo de servicio no efectivo, cuando las patrullas llegan al punto  $i$  después del inicio de la ventana crítica  $a_i$  o cuando se van del punto antes del fin de la ventana  $b_i$ .

En la Figura 2.2 se muestran una serie de casos, en los que se fija una ventana de tiempo  $\{a_i, b_i\}$  y se varían los tiempos de llegada  $T_{iv}$  y salida  $T_{iv} + s_i$ , para ilustrar cómo

se mide el tiempo de servicio no efectivo en los puntos calientes. En el caso de la Figura 2.2a, se observa que la llegada y salida al punto, coincide exactamente con la ventana de tiempo crítica, por lo tanto, el riesgo se vuelve cero. En otros casos, como en las Figuras 2.2e y 2.2g queda un tiempo de servicio no efectivo porque la patrulla llegó después del inicio de la ventana crítica, a este tiempo sin servicio, le llamaremos riesgo anterior  $Ra_i$ . Por otro lado, cuando la patrulla se va antes del final de la ventana crítica, queda otro tiempo sin patrullar, como vemos en las Figuras 2.2d y 2.2f, a este tiempo le llamaremos riesgo posterior  $Rb_i$ .

## 2.4. Modelo Matemático

### 2.4.1. Notación

- Conjuntos
  - $\mathbb{N}$ : Conjunto de puntos calientes (nodos).
  - $\mathbb{P}$ : Conjunto de patrullas.
- Datos de entrada
  - $t_{ij}$ : Tiempo de viaje entre  $i$  y  $j$ .
  - $a_i$ : Límite inferior de la ventana de tiempo crítica del punto  $i$ .
  - $b_i$ : Límite superior de la ventana de tiempo crítica del punto  $i$ .
  - $r_i$ : Índice de riesgo criminal asociado al punto  $i$
  - $E$ : La hora de salida más temprana de la base de operaciones.
  - $L$ : La última hora de llegada a la base de operaciones.
- Variables principales
  - $X_{ijv}$ : Binaria, 1 si el arco  $(i, j)$  es usado por la patrulla  $v$ , 0 en otro caso.
  - $T_{iv}$ : Tiempo de inicio del servicio en el punto  $i$  si es atendido por la patrulla  $v$ .
  - $s_i$ : Duración del servicio en  $i$ .

- $Ra_i$ : Riesgo que permanece cuando una patrulla llega al punto  $i$  en un tiempo diferente a  $a_i$ .
  - $Rb_i$ : Riesgo que permanece cuando una patrulla se va del punto  $i$  en un tiempo diferente a  $b_i$ .
- Variables auxiliares para el cálculo del riesgo
- $AUX_i, AUX2_i$ : binarias para seleccionar entre dos restricciones.
  - $A_i, B_i$ : provisional que guarda el tiempo no efectivo.

#### 2.4.2. Función objetivo

Las siguientes ecuaciones, corresponden a los dos objetivos del modelo y minimizan el tiempo total de viaje de las patrullas y el riesgo total en la red de transporte.

$$\text{minimizar } R = R_1 + R_2 \quad [2.1]$$

$$R_1 = \sum_{v \in \mathbb{P}} \sum_{i \in \mathbb{N}} \sum_{j \in \mathbb{N}} X_{i,j,v} * t_{i,j} \quad [2.2]$$

$$R_2 = \sum_{i \in \mathbb{N}} r_i * (Ra_i + Rb_i) \quad [2.3]$$

La ecuación 2.2 denota el primer criterio de decisión: minimizar el tiempo total de viaje para todas las patrullas. Este valor se calcula multiplicando el tiempo de viaje entre cada par de puntos visitados  $c_{ij}$  y la variable binaria  $X_{ijv}$  que define cuáles puntos son efectivamente visitados. La importancia de este objetivo se debe a que el mínimo tiempo de viaje, puede permitir que las patrullas tengan más tiempo disponible y así lograr mayores tiempo efectivos en los puntos calientes. Cabe aclarar que cuando las patrullas se mueven por los arcos, en ese momento no hay disminución del riesgo, el cual solo decrece cuando visitan y permanecen en los puntos.

La ecuación 2.3 denota el segundo criterio: minimizar el riesgo total no cubierto en la red. Para calcular el riesgo, se multiplica el tiempo de servicio no efectivo por el índice



de riesgo asociado a cada punto. El tiempo no efectivo es la suma de las variables  $Ra_i$  y  $Rb_i$ , que corresponden al tiempo no patrullado durante la ventana crítica.

La introducción del riesgo en el objetivo del modelo, es una de las características básicas de este trabajo ya que resalta su importancia en relación con otros problemas de ruteo de patrullas.

### 2.4.3. Restricciones

- **Restricciones de flujo:** Este conjunto de restricciones hace referencia al balance del movimiento de los vehículos, para cualquier problema de transporte con ciclos hamiltonianos. Estas condiciones garantizan un flujo continuo a través de la red para las patrullas, desde que salen de la base de operaciones hasta que regresan a ella. El conjunto de restricciones consta de seis partes: la ecuación 2.4 evita que las patrullas auto visiten los puntos, es decir que el siguiente paso sea el punto que acabaron de visitar. La ecuación 2.5 obliga a la patrulla a dejar la base de operaciones y la ecuación 2.6 la obliga a regresar. La restricción 2.7 es una ecuación de balance que garantiza que si una patrulla llega a un punto, debe salir de él. Y la ecuación 2.8 asegura que si una patrulla terminó su rutina y regresó a la base de operaciones, ya no puede volver a salir de ella.

$$X_{iiv} = 0 \quad \forall i \in \mathbb{N}, v \in \mathbb{P} \quad [2.4]$$

$$\sum_{j \in \mathbb{N}} X_{0jv} = 1 \quad \forall v \in \mathbb{P} \quad [2.5]$$

$$\sum_{j \in \mathbb{N}} X_{j,n+1,v} = 1 \quad \forall v \in \mathbb{P} \quad [2.6]$$

$$\sum_{i \in \mathbb{N}} X_{ijv} - \sum_{i \in \mathbb{N}} X_{jiv} = 0 \quad \forall j \in \mathbb{N}, v \in \mathbb{P} \quad [2.7]$$

$$\sum_{j \in \mathbb{N}} X_{n+1,j,v} = 0 \quad \forall v \in \mathbb{P} \quad [2.8]$$

- **Restricciones de tiempo:** Este conjunto de restricciones permite controlar las variables de tiempo para el ruteo de patrullas. Para ello, se usa la variable  $T_{iv}$  que guarda el instante en el que las patrullas llegan a un punto caliente y la variable  $s_i$

que determina el tiempo de servicio. Además se establece un límite para el sistema con el horizonte de tiempo  $[E - L]$ . Las ecuaciones 2.9-2.12 sirven para calular los tiempos del sistema. En 2.9 y 2.10 se establece que si una patrulla visita dos puntos consecutivos, los tiempos de visita deben ser compatibles, en otras palabras, el tiempo de llegada a un punto caliente depende del anterior. Las ecuaciones 2.11 y 2.12 garantizan que las patrullas no inicien servicio en los puntos que no son visitados, es decir que  $T_{jv} = 0$  y  $s_j = 0$  cuando  $X_{ijv} = 0$ . En las restricciones 2.13 y 2.15 los puntos calientes deben ser visitados durante el horizonte de tiempo, es decir, después de  $E$  y antes de  $L$ . Y las ecuaciones 2.14 y 2.16 aseguran que el tiempo de servicio sea cero en la base de operaciones, al inicio y final de la rutina.

$$T_{iv} + s_i + t_{ij} - T_{jv} \leq (1 - X_{ijv}) * L \quad \forall (i, j) \in \mathbb{N}, v \in \mathbb{P} \quad [2.9]$$

$$T_{iv} + s_i + t_{ij} - T_{jv} \geq (X_{ijv} - 1) * L \quad \forall (i, j) \in \mathbb{N}, v \in \mathbb{P} \quad [2.10]$$

$$T_{jv} \leq L * \sum_{i \in \mathbb{N}} X_{i,j,v} \quad \forall j \in \mathbb{N}, v \in \mathbb{P} \quad [2.11]$$

$$s_j \leq L * \sum_{i \in \mathbb{N}} \sum_{v \in \mathbb{N}} X_{i,j,v} \quad \forall j \in \mathbb{N} \quad [2.12]$$

$$E \leq T_{0v} \quad \forall v \in \mathbb{P} \quad [2.13]$$

$$0 \leq s_0 \quad \forall v \in \mathbb{P} \quad [2.14]$$

$$T_{iv} \leq L \quad \forall i \in \mathbb{N}, v \in \mathbb{P} \quad [2.15]$$

$$s_{n+1} = 0 \quad \forall v \in \mathbb{P} \quad [2.16]$$

- **Restricciones de cálculo del riesgo:** Un objetivo del modelo es hacer que las patrullas visiten los puntos durante las ventanas de tiempo críticas, con el fin de disminuir el riesgo. Sin embargo, la naturaleza del sistema permite que el tiempo de patrullaje sea justo el necesario para lograr equilibrio entre los dos objetivos, es decir, no siempre se va a patrullar la ventana crítica completa, si se afecta de forma negativa el otro objetivo. Cuando esto sucede, se debe calcular el tiempo de servicio no efectivo, para ello se evalúan diferentes casos que se ilustran en la Figura 2.2. Los casos se resumen en dos grupos: *(i)* riesgo anterior y *(ii)* riesgo posterior.

Las ecuaciones 2.17-2.19 representan el riesgo anterior, es decir cuando las patrullas llegan en un tiempo diferente al límite inferior de la ventana  $a_i$ . Cuando la patrulla llega tarde, en 2.17 se utiliza la variable dummy  $A_i$  para guardar la diferencia entre el tiempo de llegada  $T_{iv}$  y  $a_i$ . En caso de llegar a tiempo o llegar antes de  $a_i$ , la variable  $A_i$  toma el valor de cero. En otras palabras,  $A_i$  es el máximo entre 0 y  $T_i - a_i$ . En 2.18 la variable binaria  $AUX_i = 0$  permite que el riesgo anterior  $Ra_i$  sea igual a  $A_i$ . Por otro lado, en 2.19, la variable  $AUX_i = 1$  permite que  $Ra_i$  sea igual a  $b_i - a_i$  en caso que el tiempo de servicio esté completamente por fuera de la ventana.

$$A_i \geq \sum_{v \in \mathbb{P}} T_{iv} - a_i \quad \forall i \in \mathbb{N} \quad [2.17]$$

$$A_i - Ra_i \leq AUX_i * L \quad \forall i \in \mathbb{N} \quad [2.18]$$

$$b_i - a_i - Ra_i \leq (1 - AUX_i) * L \quad \forall i \in \mathbb{N} \quad [2.19]$$

Las ecuaciones 2.20-2.22 representan el riesgo posterior, es decir cuando las patrullas dejan el punto en un tiempo diferente al límite superior de la ventana  $b_i$ . De forma similar al riesgo anterior, cuando la patrulla se va temprano, en 2.20 se utiliza la variable dummy  $B_i$  para guardar la diferencia entre  $b_i$  y el tiempo de salida  $T_{iv} + s_i$ . En caso de irse a tiempo o después de  $b_i$ , la variable  $B_i$  toma el valor de cero. En otras palabras,  $B_i$  es el máximo entre 0 y  $b_i - (T_i + s_i)$ . En 2.21 la variable binaria  $AUX_i = 0$  permite que el riesgo posterior  $Rb_i$  sea igual a  $B_i$ . Por otro lado, en 2.22, la variable  $AUX_i = 1$  permite que  $Rb_i$  sea igual a  $b_i - a_i$  en caso que el tiempo de servicio esté completamente por fuera de la ventana.

$$B_i \geq b_i - \left( \sum_{v \in \mathbb{P}} T_{iv} + s_i \right) \quad \forall i \in \mathbb{N} \quad [2.20]$$

$$B_i - Rb_i \leq AUX2_i * L \quad \forall i \in \mathbb{N} \quad [2.21]$$

$$b_i - a_i - Rb_i \leq (1 - AUX2_i) * L \quad \forall i \in \mathbb{N} \quad [2.22]$$

- **Restricciones de integridad:** Finalmente, las ecuaciones 2.23 y 2.24, definen la naturaleza de las variables de decisión.

$$X_{ijv}, AUX_i, AUX2_i \in \{0, 1\} \quad \forall (i, j) \in \mathbb{N}, v \in \mathbb{P} \quad [2.23]$$

$$T_{iv}, s_i, Ra_i, Rb_i, A_i, B_i \geq 0 \quad \forall (i, j) \in \mathbb{N}, v \in \mathbb{P} \quad [2.24]$$

## 2.5. Ejemplo Ilustrativo

Considere una instancia pequeña del PRP con 7 puntos calientes ( $n = 7$ ) y dos patrullas disponibles ( $p = 2$ ). En la Tabla 2.1 se detallan los tiempos de viaje  $t_{ij}$  entre cada par de nodos, las ventanas de tiempo críticas ( $a_i$  y  $b_i$ ) y el índice de riesgo para cada uno ( $r_i$ ). Además el horizonte de tiempo del sistema son 120 minutos, donde  $E = 0$  y  $L = 120$ .

Tabla 2.1: Parámetros de instancia  $n = 7$  y  $p = 2$

$ij$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	$a_i$	$b_i$	$r_i$
0	0	8	11	7	6	12	10	10	0	0	120	0
1	8	0	19	8	4	20	15	18	8	15	50	1
2	11	19	0	13	15	2	8	12	11	25	55	3
3	7	8	13	0	4	12	7	17	7	100	115	1
4	6	4	15	4	0	15	10	16	6	85	110	2
5	12	20	2	12	15	0	6	15	12	70	95	4
6	10	15	8	7	10	6	0	17	10	70	100	5
7	10	18	12	17	16	15	17	0	10	50	70	3
8	0	8	11	7	6	12	10	10	0	0	120	0

Al ejecutar el modelo se obtienen los resultados de la patrulla 1 (ver Tabla 2.2) y de la patrulla 2 (ver Tabla 2.3). Las filas representan los nodos origen y las primeras 10 columnas numeradas representan los destinos que muestra la variable  $X_{ijv}$ . Por ejemplo, en la Tabla 2.2, la primera fila representa el origen 0 que es la base de operaciones. La variable  $X_{071} = 1$  indica que debe ir desde el origen 0 hasta el destino 7. En el siguiente paso, 7 se convierte en el nuevo origen, con  $X_{721} = 1$  se dirige al nodo 2. Luego, desde la fila 2 se dirige hasta 5 y finalmente desde 5 viaja hasta el destino 8, que es la base de operaciones nuevamente. En resumen, la patrulla 2 sigue la secuencia  $0 \rightarrow 7 \rightarrow 2 \rightarrow 5 \rightarrow 8$ . Así mismo, en la Tabla 2.3 se indica que la patrulla 2 sigue la

secuencia  $0 \rightarrow 1 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 6 \rightarrow 8$ . Por otro lado, desde la columna 11 hasta la 14 se muestran las demás variables: el tiempo de llegada a cada nodo ( $T_{i1}$ ), el tiempo de servicio ( $s_i$ ) y las variables que guardan el tiempo de servicio no efectivo ( $Ra_i$  y  $Rb_i$ ). Por ejemplo, en la Tabla 2.2, patrulla 1 llegó al punto 2 en el tiempo  $T_{21} = 22$  e hizo un tiempo de servicio  $s_2 = 33$ , patrullando efectivamente durante toda la ventana crítica. En cambio, llegó al punto 7 en  $T_{71} = 10$  pero el modelo decidió que era mas costoso hacer servicio, por lo tanto  $s_7 = 0$  y generó un tiempo de servicio no efectivo  $Rb_7 = 20$  por no haberse ido antes que acabara la ventana crítica.

Tabla 2.2: Resultados patrulla 1

$ij$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	$T_{i1}$	$s_i$	$Ra_i$	$Rb_i$
0	0	0	0	0	0	0	0	①	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	①	0	0	0	22	33	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	①	57	38	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	①	0	0	0	0	0	0	10	0	0	20
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	107	0	0	0

Tabla 2.3: Resultados patrulla 2

$ij$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	$T_{i2}$	$s_i$	$Ra_i$	$Rb_i$
0	0	①	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	①	0	0	0	0	8	42	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	①	0	0	58	0	0	15
4	0	0	0	①	0	0	0	0	0	54	0	0	25
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	38	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	①	65	35	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	110	0	0	0

La tabla 2.4 muestra los valores de la función objetivo, que está compuesta por el tiempo total de viaje y el riesgo no cubierto. En la columna 2 se muestra el objetivo total y en las columnas 3 y 4 se muestra el aporte de cada patrulla al objetivo.

Tabla 2.4: Resultados de la función objetivo

	Total	Patrulla 1	Patrulla 2
<b>Función objetivo</b>	194	96	98
<b>Tiempo total de viaje</b>	69	36	33
<b>Riesgo no cubierto</b>	125	60	65

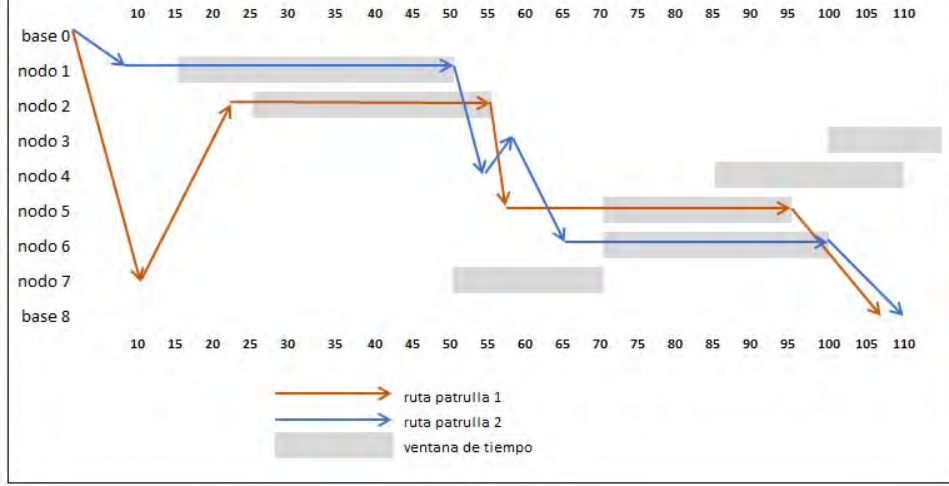


Figura 2.3: Solución gráfica del ejemplo ilustrativo

Para visualizar un poco mejor, en la Figura 2.3, se ilustra la solución generada. La línea 1 sigue la ruta de la patrulla 1, la cual parte desde la base en el tiempo 0 y llega al nodo 7 en  $T_{71} = 10$ , ya que el tiempo de viaje  $t_{07} = 10$ . Allí, el riesgo es bajo ( $r_7 = 1$ ) por lo tanto, la patrulla no hace servicio y se traslada inmediatamente a 2. Esto ocasiona que se acumule un tiempo no efectivo  $R_b = 20$ , que es el tiempo no patrullado desde  $a_7 = 50$  hasta  $b_7 = 70$ . Desde 7 hasta 2, el tiempo de viaje es  $t_{72} = 12$ , y llega en  $T_{21} = 22$ . En este caso,  $r_2 = 3$ , así que decide esperar a que inicie la ventana crítica  $a_2 = 25$  y hace servicio todo el tiempo de tiempo requerido. Al finalizar en  $b_2 = 55$ , se traslada hasta el punto 5, como  $t_{25} = 2$ , la patrulla en  $T_{51} = 57$ , allí también espera hasta  $a_5 = 70$  y cumple con el servicio completo hasta  $b_5 = 95$ , finalmente retorna a la base con  $t_{58} = 12$  y su tiempo de llegada al destino es  $T_{81} = 110$  justo antes que finalice el horizonte de tiempo  $L = 120$ .

## CAPÍTULO 3

### TÉCNICA DE SOLUCIÓN

Como se muestra en los resultados computacionales presentados en la Sección 3.5, el modelo exacto propuesto no ofrece soluciones óptimas ni factibles para la mayoría de las instancias probadas. Esto se debe a que el problema de programación de rutas pertenece a la clase NP-hard, por lo tanto la formulación desarrollada no es útil para encontrar soluciones óptimas con instancias grandes. De esta forma, se hacen necesarios procedimientos alternativos para obtener buenas soluciones en tiempos razonables. Los algoritmos metaheurísticos son ampliamente reconocidos como uno de los enfoques más prácticos para los problemas de optimización combinatoria (Schweickardt, 2011).

Para resolver tamaños realistas del problema con resultados de alta calidad, dentro de tiempos aceptables, en esta tesis se propone un algoritmo metaheurístico híbrido, que combina optimización por colonia de hormigas (ACO), algoritmo genético (GA) y una búsqueda exhaustiva por ramificación (BER).

**Recordar que:** el problema consiste en programar rutas efectivas para patrullas de policía, que deben visitar puntos calientes y definir un tiempo de servicio que permita disminuir el riesgo criminal en una zona.

El problema se abarca al dividirlo en tres sub-problemas: asignación, ruteo y tiempos. Los sub-problemas se van resolviendo en cadena, es decir, primero *i*) se asigna un grupo de puntos calientes a cada patrulla con un GA. Así, cada patrulla es responsable de visitar todos los puntos del grupo asignado y *ii*) el orden de visita a los puntos se define como un TSP clásico (travelling salesman problem) que se halla con un ACO. Finalmente, los

tiempos de servicio en cada punto se obtienen a través de un método BER, que evalúa su funcionamiento en cada configuración dada por *i)* y *ii)*.

### 3.1. Modelo Metaheurístico

En esta sección se explican los componentes principales del algoritmo propuesto y se describe cómo se entrelazan los tres métodos aplicados al problema.

#### 3.1.1. Representación de la Solución

El esquema de representanción de la solución tiene la forma de un vector de vectores, o también, un vector de dos niveles. En el primer nivel, se ubica *la población*, es decir una flota de patrullas que atienden a los puntos calientes, este nivel se almacena en el **vector de patrullas**. Cada vehículo, es un *individuo* de la población que tiene asignado un grupo de nodos y un orden de visita, esto corresponde al segundo nivel y se almacena en un **vector de puntos calientes**.

$$\begin{bmatrix} P_1 & [ & n_0 & n_9 & n_4 & n_{11} & n_{16} \\ P_2 & [ & n_0 & n_{14} & n_{10} & n_{13} & n_7 & n_{16} \\ P_3 & [ & n_0 & n_5 & n_2 & n_{15} & n_{16} \\ P_4 & [ & n_0 & n_1 & n_{12} & n_8 & n_6 & n_3 & n_{16} \end{bmatrix}$$

Figura 3.1: Ejemplo de una representanción de la solución

El tamaño del vector de patrullas es igual a la cantidad de vehículos disponibles. El tamaño de los vectores de puntos calientes es relativo ya que las patrullas pueden tener diferentes cantidades de nodos asignados, incluyendo siempre dos nodos que indican el inicio y fin de la ruta, es decir la base de operaciones.

El orden del vector de patrullas es irrelevante, ya que los tiempos usados por los vehículo son independientes entre ellos. Por otro lado, el orden de los vectores de puntos calientes, indican la secuencia de visita a los puntos. La solución también incluye un atributo variable llamado tiempo de servicio que corresponde a cada punto caliente.

La Figura 3.1 ilustra una representación de una instancia del problema con cantidad de puntos calientes  $N = 15$  y cantidad de patrullas  $P = 4$ . Los nodos  $n_0$  y  $n_{16}$  representan el origen y fin de las rutas, es decir, la base de operaciones. En el vector del primer nivel, se



observa la flota de patrullas  $[p_1, p_2, p_3, p_4]$ . En los vectores del segundo nivel, se observan los nodos asignados y el orden de visita, por ejemplo, la patrulla 1, recorre la secuencia  $[0, 9, 4, 11, 16]$ .

### **3.1.2. Solución inicial y resumen del algoritmo**

La generación de la solución inicial es la siguiente: primero se asigna indistintamente la misma cantidad de puntos calientes a cada patrulla. Luego, comienza la primera iteración del GA, dónde se ejecutan sus respectivas operaciones. Las operaciones del GA dan paso a una nueva configuración y las patrullas tienen una nueva asignación. Para evaluar el desempeño de dicha asignación, es decir evaluar el riesgo y tiempo de viaje, se necesitan las rutas de cada asignación y los tiempos de servicio. Se procede entonces a ejecutar el ACO que intenta encontrar la mejor ruta de cada patrulla dada esa asignación de puntos. Aquí, inicia el primer ciclo de ACO para cada patrulla y a medida que sus hormigas construyen el camino, se van definiendo los tiempos de servicio. Para ello, cada vez que una hormiga deba escoger el siguiente paso, se ejecuta el BER, que explora y define los tiempos de servicio de los puntos que pertenecen al camino hasta ese momento. Entonces, de forma pseudo-aleatoria, la hormiga escoge hacia donde dirigirse y se repite el proceso hasta completar el camino. Cuando todas las hormigas completan su camino, inicia el segundo ciclo y así se repite hasta terminar todos los ciclos de ACO. A su vez, cuando se ejecuta ACO para todas las patrullas, inicia la segunda iteración de GA, donde se genera una nueva asignación de puntos. Finalmente, este proceso se repite hasta terminar todas las iteraciones.

### **3.1.3. Algoritmo Principal**

Como se mencionó en secciones anteriores, el programa está formado por tres funciones principales anidadas: algoritmo genético, algoritmo por colonia de hormigas y método de búsqueda exhaustiva.

El algoritmo está estructurado con base en instrucciones y subrutinas que permiten resolver tareas específicas, de acuerdo al orden en que son llamadas dentro del programa.

En las siguientes secciones se muestra el pseudocódigo de cada subrutina y las ordenes de procesamiento que deben ejecutar.

El algoritmo 3.1 muestra el programa principal. En la instrucción *LeerNodos*, se identifican todos los puntos calientes que deben ser visitados y las ventanas de tiempos de cada uno. En *LeerArcos* se guardan los tiempos de viaje entre cada par de nodos. En *LeerParametros* se encuentran parámetros misceláneos como número de patrullas, horizonte de tiempo y valores asociados a las configuraciones de cada algoritmo (p. ej., cantidad de iteraciones, cantidad de hormigas, de ciclos, de elites, porcentajes de mutación, cruzamiento, etc). Finalmente, al llamar la función *EJECUTAR-GA* se indica que en este punto debe iniciar el algoritmo genético.

---

<b>Algoritmo 3.1:</b> Estructura Algoritmo Principal	
<hr/>	
1	<b>inicio</b> PRINCIPAL
2	LeerNodos() ;
3	LeerArcos() ;
4	LeerParametros() ;
5	EJECUTAR-GA() ;
6	<b>fin</b>

---

## 3.2. Algoritmo Genético (GA)

El algoritmo genético (Algoritmo 3.2) es la primera subrutina en ejecutarse. Tiene como objetivo encontrar la mejor asignación de nodos para cada patrulla. La primera instrucción consiste en generar la *SolucionInicial*, asignando indistintamente la misma cantidad de puntos a cada patrulla. La solución se guarda en un vector de patrullas llamado *Población*. Luego, para cada iteración del GA, se ejecutan las operaciones básicas de los algoritmos evolutivos: cruzamiento, mutación e inserción. Se debe tener en cuenta que una solución es factible si todos los puntos son visitados una sola vez por un solo vehículo, por lo tanto, al realizar las operaciones genéticas, se deben balancear los cambios de cada individuo con respecto al total de patrullas y nodos.

---

**Algoritmo 3.2:** Estructura Algoritmo Genético

---

```
1 inicio EJECUTAR-GA
2   Poblacion = SolucionInicial() ;
3   para todas las iteracionesGA hacer
4     Cruzar(Poblacion) ;
5     Mutar(Poblacion) ;
6     Insertar(Poblacion) ;
7     ActualizaElite (Poblacion) ;
8   fin
9 fin
```

---

### 3.2.1. Cruzamiento

En el algoritmo 3.3 se muestra la operación de cruzamiento que está basada en el proceso natural de reproducción donde dos individuos intercambian genes para generar otros individuos. En este caso, primero se seleccionan de forma aleatoria dos patrullas de una solución. Luego, se selecciona un nodo aleatorio de cada patrulla y finalmente se intercambian entre sí (Ver Figura 3.2). Este proceso se repite hasta la cantidad establecida de cruces.

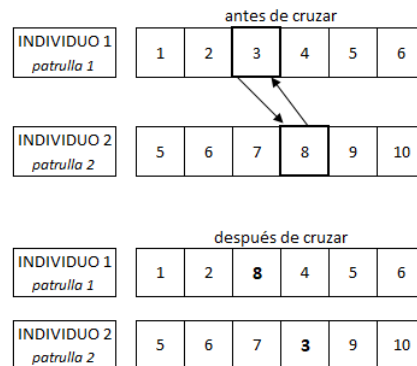


Figura 3.2: Ejemplo de cruzamiento

### 3.2.2. Mutación

En el algoritmo 3.4 se muestra el proceso de mutación que consiste en modificar la estructura de los individuos. Para ello, se seleccionan de forma aleatoria dos patrullas de una solución. Se elimina un nodo aleatorio de una de las patrullas y se inserta en la otra (Ver Figura 3.3). Se repite el proceso hasta la cantidad establecida de mutaciones.

---

**Algoritmo 3.3:** Estructura Cruzamiento

---

```
1 inicio Mutar
2   para todos los cruces hacer
3     P1 = patrullaAleatoria(poblacion) ;
4     P2 = patrullaAleatoria(poblacion) ;
5     n1 = nodoAleatorio(P1) ;
6     n2 = nodoAleatorio(P2) ;
7     P1 = quitarNodo(n1) ;
8     P2 = agregarNodo(n1) ;
9     P2 = quitarNodo(n2) ;
10    P1 = agregarNodo(n2) ;
11  fin
12 fin
```

---



Figura 3.3: Ejemplo de mutación

### 3.2.3. Inserción

En el algoritmo 3.5 se muestra el proceso insertar, cuyo objetivo es mantener activas las mejores soluciones, llamadas soluciones élites, al insertar parte de su estructura en cada nueva solución. Primero se selecciona una solución élite aleatoria del vector élite y de allí se escoge una patrulla élite aleatoria. Se escoge una patrulla aleatoria de la solución actual. Se agregan a la solución actual los nodos de la solución élite a excepción de los que ya tenga. Finalmente, se valida que las otras patrullas de la solución actual no tengan los mismos nodos agregados desde la élite. Dado el caso, se eliminan. Se debe repetir el proceso hasta la cantidad establecida de inserciones.

### 3.2.4. Actualización de Elite

Este proceso consiste en evaluar la solución que se obtiene después de aplicar los operadores del genético con respecto a todas las soluciones elites.

---

**Algoritmo 3.4:** Estructura Mutación

---

```
1 inicio Mutar
2   para todas las mutaciones hacer
3     P1 = patrullaAleatoria(poblacion) ;
4     P2 = patrullaAleatoria(poblacion) ;
5     n1 = nodoAleatorio(P1) ;
6     P2 = agregarNodo(n1) ;
7     P1 = quitarNodo(n1) ;
8   fin
9 fin
```

---

---

**Algoritmo 3.5:** Estructura Inserción

---

```
1 inicio Insertar
2   para todas las inserciones hacer
3     PobElite = poblaciónAleatoria(VectorElite) ;
4     PatElite = patrullaAleatoria(pobElite) ;
5     PatActual = patrullaAleatoria(pobActual) ;
6     para todos los nodos de PatElite hacer
7       si nodo de PatElite  $\notin$  PatActual entonces
8         Agregar nodo a PatActual ;
9       fin
10    fin
11    para todos los nodos de PatActual hacer
12      para todas las patrullas P de PobActual  $\neq$  PatActual hacer
13        si P tiene mas de 1 nodo entonces
14          Eliminar el nodo de P ;
15        fin
16        sinó
17          Eliminar el nodo de PatActual
18        fin
19      fin
20    fin
21  fin
22 fin
```

---

Para evaluar la solución, se obtiene el fitness que corresponde al cálculo de los dos criterios la función objetivo: 1) los tiempos de viaje y 2) el riesgo criminal. En el Algoritmo 3.6, el término *Fitness* se refiere a los valores de los dos criterios. El primer paso consiste en “optimizar” el fitness de la solución, es decir, “optimizar” el fitness de cada patrulla que pertenece a esa solución. En este momento, se ejecuta ACO para definir los caminos de los nodos asignados y calcular el fitness. Luego, se evalúa si esa solución debe entrar al conjunto de élitos.

---

**Algoritmo 3.6:** Estructura Actualizar Elite

---

```
1 inicio ActualizaElite
2   para todas las patrullas hacer
3     EJECUTAR-ACO() ;
4   fin
5   si VectorElite no está lleno entonces
6     Añadir solucionActual a VectorElite
7   fin
8   sinó, si FitnessSolucionActual es mejor que FitnessPeorElite
9     entonces
10      Eliminar PeorElite de VectorElite ;
11      Añadir solucionActual a VectorElite ;
12 fin
```

---

Una solución puede entrar al vector élite de dos formas: 1) si el vector élite está vacío, la solución actual ingresa inmediatamente. 2) Si el vector élite está lleno, la solución actual entra si su fitness es mejor que el fitness de la peor solución élite. Al comparar el fitness de una solución con otra, se comparan los dos criterios tiempo de viaje y riesgo.

### 3.3. Colonia de Hormigas (ACO)

El objetivo principal del algoritmo colonia de hormigas es encontrar los mejores caminos para las patrullas. ACO se enfoca en construir la secuencia en la que una patrulla debe visitar sus nodos asignados. Para ello, las hormigas encuentran diversos caminos para una patrulla en la búsqueda de la mejor ruta, con base en el rastro de su feromona y en el desempeño del camino. En el algoritmo 3.7 se muestran las funciones principales de ACO.

---

**Algoritmo 3.7:** Estructura Colonia de Hormigas

---

```
1 inicio EJECUTAR-ACO
2   para todas los ciclos hacer
3     para todas las hormigas hacer
4       construirCamino() ;
5     fin
6     RepartirFeromona() ;
7     EvaporarFeromona() ;
8   fin
9 fin
```

---

### 3.3.1. Repartición de Feromonas

En el Algoritmo 3.8 se calculan las feromonas que serán depositadas en los arcos usados por las hormigas, una vez que cada una contruya el camino de nodos correspondiente.

---

**Algoritmo 3.8:** Estructura Repartir Feromonas

---

```
1 inicio RepartirFeromonas
2   para todos los arcos del camino hacer
3     FeromonaViaje = FeromonaViaje +  $\frac{1}{tiempoViajeCamino}$  ;
4     FeromonaNoEfectivo = FeromonaNoEfectivo +
5        $\frac{1}{tiempoNoEfectivoCamino}$  ;
6   fin
7 fin
```

---

### 3.3.2. Evaporación de Feromonas

En el Algoritmo 3.9 se muestra el proceso de evaporación de feromonas, aplicado cuando todas las hormigas han completado un ciclo. Para ello se utiliza el factor de evaporación  $\tau$

---

**Algoritmo 3.9:** Estructura Evaporar Feromonas

---

```
1 inicio EvaporarFeromonas
2   para todos los arcos del camino hacer
3     FeromonaViaje = FeromonaViaje  $\times (1 - \tau)$  ;
4     FeromonaNoEfectivo = FeromonaNoEfectivo  $\times (1 - \tau)$  ;
5   fin
6 fin
```

---

### 3.3.3. Construcción de Caminos

En el algoritmo 3.10 se detalla el proceso que cada hormiga ejecuta para la construcción de los caminos. Es importante resaltar que al construir cada ruta, las hormigas dejan dos tipos de feromonas en los arcos recorridos. La primera feromona está basada en el tiempo de viaje y la segunda en el riesgo. Esto quiere decir que si el tiempo de viaje es muy largo, la feromona de viaje que deja en los arcos será pequeña, para evitar que ese camino sea preferido por las demás hormigas; por el contrario si el tiempo de viaje

es corto, se dejará mayor cantidad de feromona de viaje. De igual forma sucede con la feromona del riesgo, esta será menor si el riesgo es grande y viceversa.

Es necesario crear una lista de los nodos visitables. Estos son los nodos adyacentes al último punto visitado que no han sido visitados anteriormente y son nodos asignados a la patrulla.

---

**Algoritmo 3.10:** Estructura Construir Camino

---

```

1 inicio construirCamino
2   mientras falten nodos por visitar hacer
3     // visitables = adyacentes al último punto visitado
4     Crear lista de visitables ;
5     // Escoger de forma aleatoria el criterio de selección:
6     tiempo de viaje o riesgo
7     Escoger criterio de selección ;
8     para todos los visitables hacer
9       | Asignar probabilidad de selección () ;
10    fin
11    Escoger próxima visita según probabilidad ;
12  fin

```

---

Mientras construyen el camino, las hormigas deben escoger constantemente el siguiente paso. Para ello, en cada paso pueden escoger (aleatoriamente) el criterio de selección de la próxima visita, es decir, si se van a mover en función de mejorar el tiempo de viaje o en función de mejorar el riesgo. Al definir el criterio de selección, se calcula una probabilidad de selección para todos los nodos visitables y finalmente se lanza un aleatorio para escoger el arco que se va a utilizar y el nodo que se va a visitar, con base en su probabilidad.

### 3.3.3.1. Probabilidad de selección

Cada arco tiene dos probabilidades de ser seleccionado, dependiendo del criterio (tiempo de viaje o riesgo).

La probabilidad de escoger un arco usando el criterio *tiempo de viaje* se obtiene de acuerdo a la importancia  $\alpha$  de la feromona del tiempo de viaje y a la importancia  $\beta$  de la función del tiempo de viaje. A su vez, la probabilidad de escoger un arco usando el criterio *riesgo* se obtiene de acuerdo a la importancia  $\alpha$  de la feromona del riesgo y a la importancia  $\beta$  del valor que toma la función del riesgo.



Los valores que retornan las funciones de los dos criterios son sus valores inversos, pues es un problema de minimización, por tanto si los criterios son grandes, es deseable que tengan menos probabilidad de ser escogidos.

La función del tiempo de viaje es el mismo tiempo de viaje del arco evaluado. La función del riesgo corresponde al cálculo del tiempo no efectivo multiplicado por el índice criminal. Para hallar los tiempos no efectivos, se deben asignar los tiempos de servicios en cada punto. Esta operación se realiza con el algoritmo de búsqueda exhaustiva por ramificación(BER).

---

**Algoritmo 3.11:** Estructura Cálculo de Probabilidad de selección

---

```

1 inicio Probabilidad de selección
2   si criterio = TipoTiempoViaje entonces
3      $Prob = \frac{FeromonaTiempoViaje^\alpha \times FunciónTiempoViaje^\beta}{\sum_{visitables} (FeromonaTiempoViaje^\alpha \times FunciónTiempoViaje()^\beta)}$  ;
4   fin
5   si criterio = TipoRiesgo entonces
6      $Prob = \frac{FeromonaRiesgo^\alpha \times FunciónRiesgo^\beta}{\sum_{visitables} (FeromonaRiesgo^\alpha \times EJECTAR\ BER\ ()^\beta)}$  ;
7   fin
8 fin

```

---

### 3.4. Búsqueda exhaustiva con ramificación (BER)

Cada vez que una hormiga debe decidir el próximo paso, se ejecuta BER para ajustar los tiempos de servicios de acuerdo al camino que se ha construido hasta el momento. BER realiza una búsqueda exhaustiva de tiempos para todos los posibles caminos. En cada posibilidad se evalúa el desempeño de la solución al medir el tiempo de viaje y el riesgo. Los tiempos de servicios inician con un valor de cero. Luego, desde el nodo base se ramifica y se asigna un valor positivo superior y uno inferior al primer nodo del camino. Desde el valor superior se ramifica al segundo nodo del camino y a este se asigna también un valor positivo superior y uno inferior. Se hace lo mismo para la asignación inferior del primer nodo. De esta forma, se despliega un árbol de asignaciones hasta llegar al último nodo recorrido. A partir de aquí, se inician las evaluaciones que permiten escoger

entre un valor u otro hasta devolverse nuevamente a la base con una decisión de tiempos asignados.

---

**Algoritmo 3.12:** Estructura BER

---

```

1 inicio EJECUTAR BER
2   para todos los puntos calientes hacer
3     // rama-base = [nodo, tiempo de servicio]
4     rama-base = inicializar tiempos de servicio ;
5   fin
6   CalcularTiempos() ;
7   mientras las soluciones sigan mejorando hacer
8     rama-base = Ramificar(rama-base) ;
9   fin
10  para todos los puntos calientes hacer
11    Actualizar tiempos de servicio(rama-base) ;
12  fin

```

---



---

**Algoritmo 3.13:** Estructura Ramificar

---

```

1 inicio Ramificar
2   si no se han evaluado todos los puntos calientes entonces
3     crear rama-superior () ;
4     crear rama-inferior () ;
5     CalcularTiempos() ;
6     rama-superior = ramificación(rama-superior) ;
7     rama-inferior = ramificación(rama-inferior) ;
8     si rama-superior y rama-inferior no son mejores que rama-base
9       entonces
10      | devolver [rama-base] ;
11    fin
12    si rama-superior es mejor que rama-inferior entonces
13      | devolver [rama-superior] ;
14    fin
15    si rama-inferior es mejor que rama-superior entonces
16      | devolver [rama-inferior] ;
17    fin
18  fin

```

---

Para calcular el desempeño de cada camino se calculan los tiempos de viaje y los tiempos no efectivos y/o riesgo de todos los arcos y nodos del camino. En el algoritmo 3.15 se detallan las operaciones necesarias para obtener el desempeño de los caminos generados con los tiempos de servicios asignados.

---

**Algoritmo 3.14:** Estructura Calcular Tiempos

---

```
1 inicio calcularTiempos
2   si rama-superior entonces
3     tiempo de servicio = valor superior ;
4   fin
5   si rama-inferior entonces
6     tiempo de servicio = valor inferior ;
7   fin
8   CalcularFitness() ;
9 fin
```

---

---

**Algoritmo 3.15:** Estructura Calcular Fitness

---

**Entrada:** tiempoViaje(arco), inicioVentana(nodo), finVentana(nodo),  
tiempoServicio

```
1 inicio calcularTiempos
2   tiempoViaje = tiempoViaje + tiempoServicio ;
3   A = max(0, tiempoViaje - inicioVentana) ;
4   B = max(0, tiempoViaje - finVentana) ;
5   C = max(0, finVentana - (tiempoViaje + tiempoServicio)) ;
6   D = max(0, inicioVentana - (tiempoViaje + tiempoServicio)) ;
7   X = A - B ;
8   Y = C - D ;
9   tiempoNoEfectivo = X + Y ;
10 fin
```

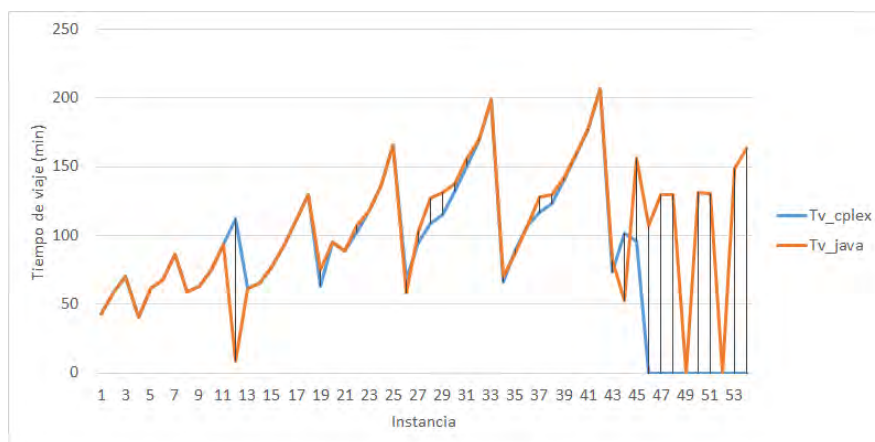
---

### 3.5. Resultados Computacionales

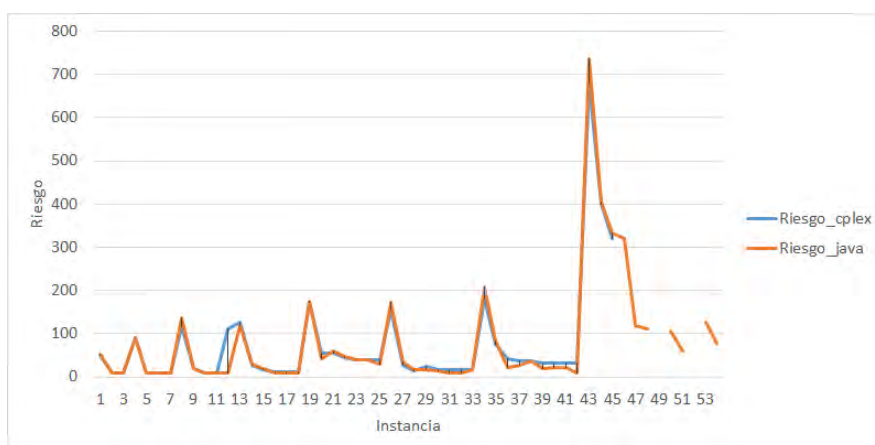
Se diseñaron dos conjuntos de datos divididos en pequeñas instancias y grandes instancias. Las pequeñas instancias involucran datos desde 3 hasta 10 puntos calientes, los cuales se generaron aleatoriamente y fueron considerados para correr con la formulación exacta en busca de optimalidad. Las grandes instancias consideran escenarios desde 15 hasta 40 nodos y fueron generados con información de un sistema real.

#### 3.5.1. Análisis del desempeño de los métodos exacto y metaheurístico con instancias pequeñas

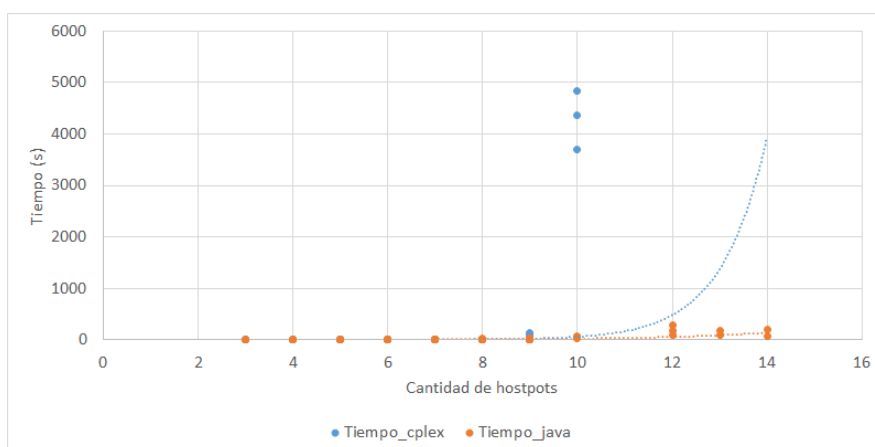
En esta sección se comparan el desempeño de la formulación exacta y el algoritmo metaheurístico propuestos. Primero se hace un enfoque en las instancias pequeñas, para las cuales se corre la formulación exacta.



(a) Tiempo de viaje Cplex vs Metaheurística



(b) Riesgo Cplex vs Metaheurística



(c) Tiempo de corrida Cplex vs Metaheurística

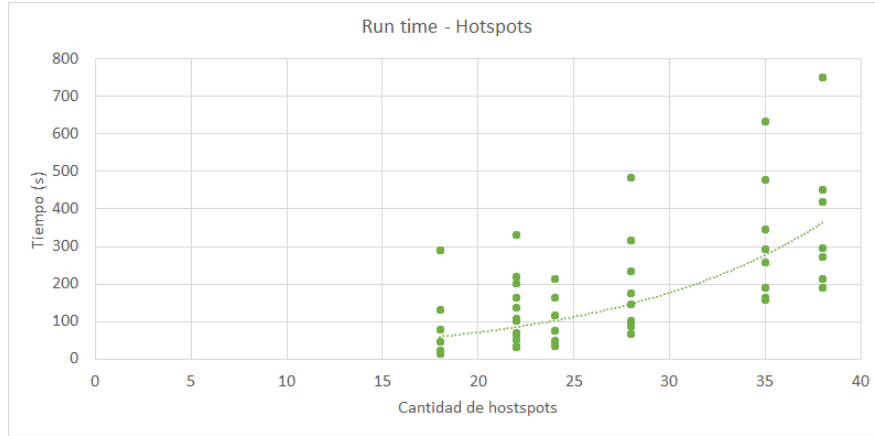
Figura 3.4: Comparación del método exacto y la meta-heurística en instancias pequeñas

Dichas instancias se corren con el optimizador Cplex, pero su desempeño es limitado pues después de 10 nodos deja sin memoria a la máquina y no genera soluciones. Sin embargo, los resultados obtenidos en la solución exacta se usan para evaluar el funcionamiento del algoritmo metaheurístico. Se comparan con 3 criterios de desempeño: el riesgo, el tiempo de viaje y el tiempo de corrida. En las Figuras 3.4a y 3.4b se muestra que el comportamiento y los resultados de los dos métodos son casi idénticos para el tiempo de viaje y el riesgo. Se realizaron 54 pruebas donde se variaban el número de patrullas y de puntos calientes. De las 54 pruebas solo una instancia produjo la máxima diferencia entre los resultados del riesgo con un 48 % de diferencia.

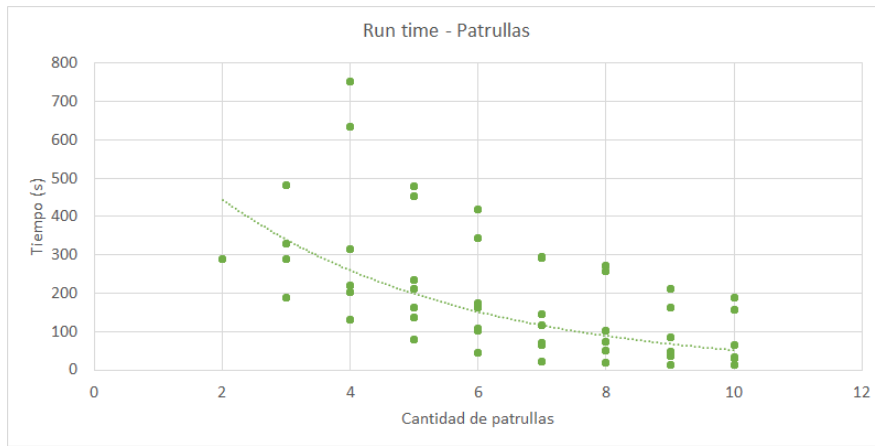
Por otro lado, en la figura 3.4c es clara la tendencia exponencial del tiempo de corrida en Cplex, a medida que aumentan el número de puntos calientes, generando un pico después de los 10 nodos. En cambio, el comportamiento del tiempo de corrida de la metaheurística es estable y aumenta muy poco con respecto al incremento de los nodos. Sin embargo, teniendo en cuenta los resultados de los criterios objetivos, sus desempeño es superior al modelo exacto. Además, se puede afirmar que posee gran confiabilidad en la soluciones entregadas.

### **3.5.2. Análisis de los resultados del método metaheurístico con instancias grandes**

Teniendo en cuenta que la evaluación del método meta-heurístico fue favorable en cuanto a confiabilidad, a continuación se realiza un breve análisis sobre su desempeño con instancias mas grandes. Como es de esperarse los tiempos de corrida aumentan de forma exponencial a medida que se incrementa el número de puntos calientes como se observa en la Figura 3.5a, aunque es necesario resaltar que los tiempos son completamente aceptables pues ninguna corrida de las instancias superó los 15 minutos.



(a) Tiempo de corrida vs Cantidad de puntos calientes

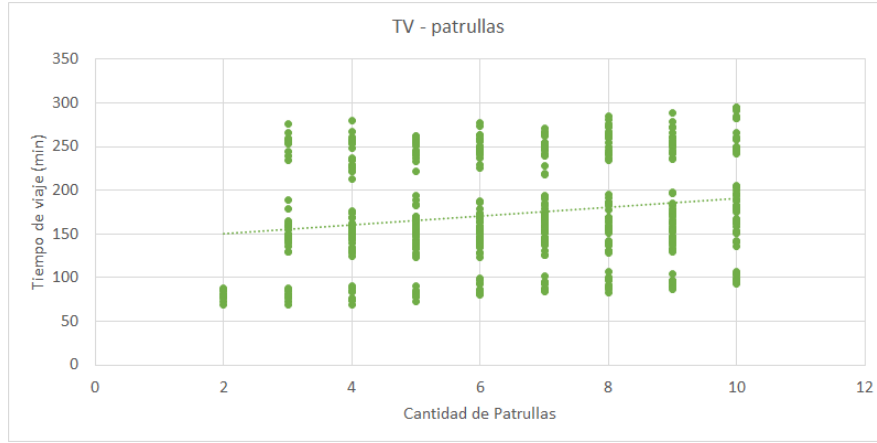


(b) Tiempo de corrida vs Cantidad de patrullas

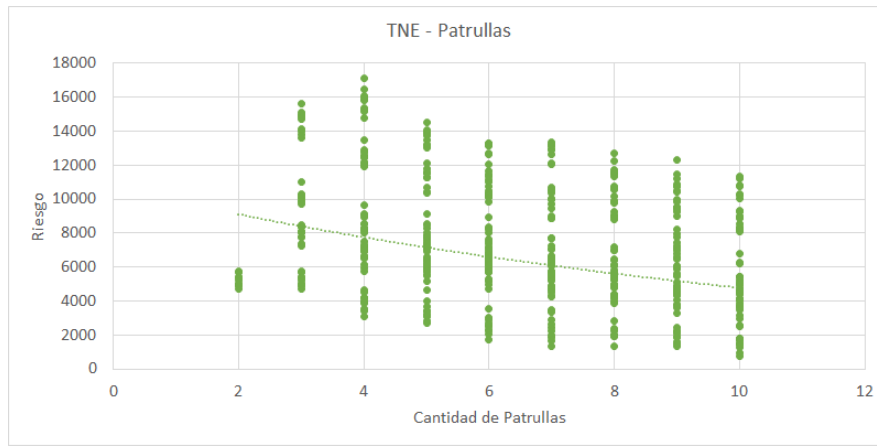
Figura 3.5: Tiempo de corrida

De forma contraria, cuando se incrementa el número de patrullas para cualquier cantidad de puntos calientes, el tiempo disminuye exponencialmente (ver Figura 3.5b), esto se debe a la fuerte simplificación computacional que da lugar la reducción del número de patrullas, al repartir la carga de la asignación de puntos.

Con respecto a los criterios del objetivo, se evidencia, de acuerdo a las Figuras 3.6a y 3.6b que el incremento del número de patrullas tiene un impacto ascendente y lineal en el tiempo de viaje y a su vez disminuye sustancialmente el riesgo con un comportamiento lineal más pronunciado.



(a) Tiempo de viaje vs Cantidad de patrullas



(b) Riesgo vs Cantidad de patrullas

Figura 3.6: Impacto de la cantidad de patrullas

En las Figura 3.7, se observa la relación que hay entre cantidad de patrullas, puntos calientes y tiempos de corrida. Como se ha mencionado anteriormente, el tiempo de corrida tiene un comportamiento exponencial leve al incrementar el número de puntos. Por otro lado, es preciso destacar que los picos más altos que se obtienen en el tiempo de corrida, se presentan cuando la cantidad de patrullas es menor. Esto es de esperarse, ya que entre más patrullas hayan, habrán menos puntos asignados a cada una, lo cual simplifica la cantidad de operaciones en varios métodos del algoritmo.

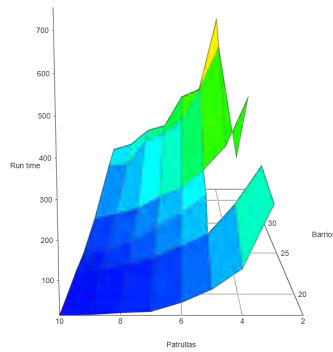


Figura 3.7: Tiempo de corrida Vs Cantidad de patrullas Vs Cantidad de puntos calientes

En la figura 3.8 se observa la relación que hay entre cantidad de patrullas, puntos calientes y riesgo. Independiente de la cantidad de nodos, si se incrementa el número de patrullas el riesgo disminuye sustancialmente, lo cual es claro ya que hay mayor capacidad de cobertura en general.

Finalmente en la Figura3.9, se muestran la relación que hay entre cantidad de patrullas, puntos calientes y tiempos de viaje, el cual depende principalmente de la cantidad de puntos calientes.

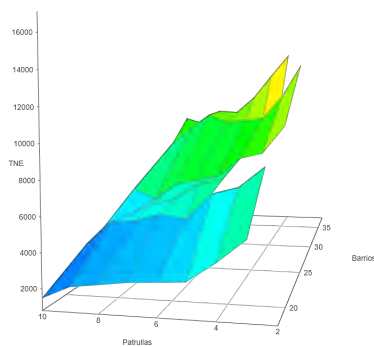


Figura 3.8: Riesgo Vs Cantidad de patrullas Vs Cantidad de puntos calientes



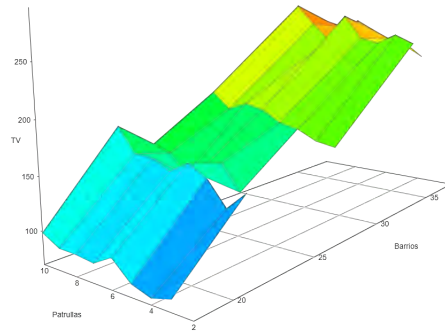


Figura 3.9: Tiempo de viaje Vs Cantidad de patrullas Vs Cantidad de puntos calientes

## CAPÍTULO 4

# MEDICIÓN DEL RIESGO

En este capítulo se describe el método usado para la creación de un Índice criminal. El índice es una forma de entender y medir el riesgo en regiones específicas. Los hechos delictivos afectan a la mayoría de personas en los países y ciudades de todo el mundo. Un índice criminal sirve de apoyo a las autoridades en la toma de decisiones, para prevenir y responder ante incidentes delictivos, pues permite identificar dónde y por qué pueden ocurrir. Por ejemplo, se puede usar para marcar prioridades en un programa policial de prevención o para predecir y observar tendencias en el tiempo.

### 4.1. Conceptos claves

En esta sección se explica el objetivo de la medición del riesgo en este trabajo, su marco conceptual basado en la literatura y un resumen del modelo propuesto.

#### 4.1.1. Objetivo de la medición

El índice es un indicador compuesto que permite identificar las regiones en **peligro** y el nivel de **vulnerabilidad** a ese peligro. Es una forma de describir el estado criminal y simplifica la información para que pueda ser usada fácilmente en la toma de decisiones. El tamaño de las regiones depende del nivel geográfico que se desea estudiar (países, ciudades, localidades, barrios, manzanas, etc). En este trabajo, se identifican índices criminales a nivel geográfico por barrios por limitación de información, sin embargo, el método propuesto es transferible a cualquier nivel geográfico.

La metodología está diseñada para responder las siguientes preguntas:

- ¿Cuáles son los niveles criminales en cada barrio y en qué medida requieren protección de las autoridades?
- ¿Cuáles son los indicadores inherentes a cada barrio que dan lugar a altos niveles delictivos?
- ¿Cuál es el comportamiento del riesgo en el tiempo/espacio?

El objetivo del índice es responder a estas preguntas en un marco conceptual simple, a través de la cuantificación del riesgo, los cuales están basados en conceptos publicados en la literatura científica.

#### 4.1.2. Concepto de riesgo

En la literatura científica hay diferentes puntos de vista sobre cómo medir el riesgo y sobre cómo abordarlo en los diferentes conceptos de análisis, de acuerdo al tema estudiado. Por ejemplo, en Kron (2002); Kumpulainen (2006) se estudia el riesgo ante diferentes desastres naturales, en Klussmann et al. (2017) se estudia el riesgo laboral y en Ayyub (2014) el riesgo económico.

En el modelo INFORM et al. (2017) se genera un índice para la gestión de riesgos y tiene como base conceptual la interacción del *peligro y exposición*, la *vulnerabilidad* y la *capacidad de respuesta*.

En este trabajo se ha adaptado el método general de INFORM et al. (2017) y se contemplan dos dimensiones básicas del riesgo:

- **Peligro:** (delitos que pueden ocurrir)
- **Vulnerabilidad:** (susceptibilidad de personas a estos delitos)

Los dos conceptos tienen una relación equiparable, es decir, el riesgo de qué (delitos) y el riesgo a qué (población). Los factores que dependen del peligro hacen parte de la dimensión peligro y los factores que son independientes del peligro hacen parte de

la dimensión vulnerabilidad, las cuales provienen de características de la población, o barrios estudiados o de fortalezas institucionales.

La dimensión de peligro integra la actividad delictiva y la percepción ciudadana, mientras que la dimensión de vulnerabilidad se enfoca en medir la población expuesta a los delitos y el desempeño institucional para hacerles frente.

El índice criminal se calcula con una ecuación multiplicativa, aplicando media geométrica de las dos dimensiones, con el mismo factor de ponderación:

$$IndiceCriminal = Peligro^{1/2} \times Vulnerabilidad^{1/2} \quad [4.1]$$

Los resultados del modelo, representan un perfil de riesgo para cada barrio, que consiste en un valor de 0 a 10 para todos los niveles, en donde un valor cercano a 0 representa menor riesgo y un valor cercano a 10 representa un mayor riesgo. El índice se iguala a 0 si una de las dos dimensiones es 0. Es decir, no hay probabilidad de ocurrencia de un delito si no hay población vulnerable o si no existe peligro.

#### 4.1.3. Modelo para un índice criminal

El modelo del índice criminal tiene una estructura multi-capa (ver Figura 4.1) que construye una puntuación al agregar 12 indicadores que miden las dos **dimensiones** del índice principal. Cada dimensión está formada por dos categorías.

Riesgo	INDICE CRIMINAL											
Dimensiones	PELIGRO						VULNERABILIDAD					
Categorías	Actividad delictiva			Percepcion ciudadana			Poblacion expuesta		Capacidad de respuesta			
Indicadores	Homicidios	Hurto a personas	Hurto automotores	Hurto comercio	Hurto motos	Lesiones Personales	No se siente seguro	Ha sido victima de delitos	No se siente protegido por autoridades	Habitantes	Afluencia de personas a puntos de interes	Tiempo de viaje entre incidentes y autoridades

Figura 4.1: Estructura del modelo de índice criminal

Las **categorías** son conjuntos de 1 o más indicadores que capturan un tema específico, por ejemplo, actividad delictiva y población expuesta. Las categorías han sido elegidas con base en el criterio de las “3 Rs”: relevante, representativo y robusto. Los **indicadores** son conjuntos de datos con los que se busca medir cuantitativamente el índice criminal, por ejemplo, las tasas de delitos y la afluencia de personas a puntos de interés. Los conjuntos de datos de cada indicador son pre-procesados (ver sección 4.4) antes de ser usados en el índice. La información usada proviene de organizaciones nacionales confiables como el DANE, Policía Nacional, Google, entre otras.

## 4.2. Selección de indicadores

La siguiente sección presenta la selección de las categorías en cada dimensión y se explican las reglas de agregación dentro de los diferentes niveles del modelo.

### 4.2.1. Dimensión: Peligro

Esta dimensión refleja la magnitud del peligro: cuántos delitos, cuál es el peso de los delitos, cuál ha sido su comportamiento en el tiempo/espacio y cuál es el sentir de la ciudadanía respecto a la inseguridad. No hay riesgo si no hay eventos peligrosos.

La dimensión peligro comprende dos categorías: *actividad delictiva* y *percepción ciudadana*, agregadas con media geométrica, donde ambos índices llevan el mismo peso dentro de la dimensión.

#### 4.2.1.1. Categoría: Actividad delictiva (AD)

Son las cifras oficiales que se obtienen a partir de registros de denuncia ante la autoridad (Jaime et al., 2010). A partir de estos datos se construyen indicadores descriptivos e índices de seguimiento (Peña and Sanchez, 2009). La AD es un buen indicador si se desean evaluar los hechos contemplados en el código penal. También es idóneo para identificar tendencias de delitos con alta frecuencia de denuncia o delitos poco comunes pero con mayor gravedad. La métrica usada para cuantificar el registro histórico es la tasa de delitos por 1000 habitantes. La fuente de información es la DIJIN (Dirección de Inves-

tigación Criminal e INTERPOL de la Policía Nacional) con datos desde el 2008 hasta abril del 2018. La categoría actividad delictiva incluye seis indicadores, agregados con promedio aritmético ponderado:

- Homicidios (AD1).
- Hurto a personas (AD2).
- Hurto de automotores (AD3).
- Hurto a entidades comerciales (AD4)
- Hurto de motos (AD5)
- Lesiones personales (AD6)

De acuerdo al método propuesto por Mejía et al. (2015), las ponderaciones están basadas en las penas establecidas en el código penal nacional. En este caso, se utilizan las penas relativas entre delitos que reflejan el valor social de los costos y gravedad de cada delito.

Tabla 4.1: Penas en años por tipo de delito (Código Penal Nacional)

Indicador	Pena mínima	Pena máxima	Pena promedio	%
Homicidios	13	40	26.5	36.6 %
Hurto a personas	1	16	8.5	11.7 %
Hurto automotores	7	15	11	15.2 %
Hurto comercio	6	14	10	13.8 %
Hurto motos	7	15	11	15.2 %
Lesiones Personales	1	10	5.5	7.6 %
Total			72.5	100.0 %

En la tabla 4.1, se observan las penas mínimas, penas máximas y penas promedio de cada delito (en años). En la última columna, se muestra la frecuencia relativa de la pena promedio de cada delito sobre el total de las penas para los seis delitos. Por ejemplo, la pena promedio para los homicidios representan el 36.6 % del total de las penas promedio de los seis delitos. Los valores de esta columna se identifican como las ponderaciones de cada indicador de delito.

#### 4.2.1.2. Categoría: Percepción ciudadana (PC)

Gran parte de los delitos cometidos en un lugar determinado no son reportados. Es decir, existe una cifra de criminalidad que permanece desconocida. Este vacío puede ser reducido a través de encuestas que evalúan la percepción de los ciudadanos, para establecer indicadores que complementan las cifras oficiales. En este trabajo, se busca recopilar información sobre delitos no reportados, percepción de inseguridad y desempeño de las autoridades. La fuente de información son las encuestas de *Barranquilla cómo vamos*, que es una iniciativa ciudadana que hace evaluación y monitoreo a la calidad de vida urbana a través del análisis de indicadores de percepción (como vamos, 2017). Los datos van desde 2008 hasta 2016. Anualmente, la entidad se encarga de seleccionar una muestra de la población para aplicar encuestas de opinión sobre diferentes temas. De esta forma, se tienen en cuenta los resultados de la sección *seguridad y cultura ciudadana* para crear la categoría PC del índice criminal, que incluye tres indicadores agregados con promedio aritmético ponderado. Los tres indicadores están representados por las siguientes preguntas:

- **¿qué tan seguro se siente? (PC1):** Esta pregunta hace referencia a qué tan seguras se sienten las personas en su lugar de residencia. Para responder, deben utilizar un número en la escala de 1 a 5, donde 1 es nada seguro y 5 es muy seguro. La unidad de medida de este indicador es el porcentaje de personas que no se sienten seguros, es decir los que respondieron 1, 2 y 3.
- **¿ha sido víctima de algún delito? (PC2):** En esta pregunta se determina si durante el año de aplicación de la encuesta, las personas han sido víctimas de algún delito. Para responder, deben indicar sí o no. La unidad de medida de este indicador es el porcentaje de personas que sí han sido víctimas
- **¿qué tanto cree que las autoridades están realizando acciones para lograr que este lugar sea más seguro? (PC3):** De forma similar a PC1, esta pregunta hace referencia a lo que piensan las personas con respecto al desempeño de las autoridades para disminuir la inseguridad. Para responder, deben utilizar un número

en la escala de 1 a 5, donde 1 es que no hacen nada y 5 que hacen mucho. La unidad de medida de este indicador es el porcentaje de personas que sienten que las autoridades no hacen nada para mejorar condiciones de inseguridad es decir los que respondieron 1, 2 y 3.

#### **4.2.2. Dimensión: Vulnerabilidad**

Esta dimensión mide qué tan susceptibles son las personas a los delitos, es decir, quiénes están expuestos y por qué motivo, teniendo en cuenta características de la población y las autoridades. No hay riesgo si no hay personas expuestas. La vulnerabilidad comprende dos categorías: *Población expuesta* y *Desempeño institucional* y se agregan con media geométrica con iguales factores de ponderación.

##### **4.2.2.1. Categoría: Población expuesta (PE)**

Numerosos estudios demuestran que características sociales y humanas de una población dan lugar a incidentes delictivos, como el desempleo, la pobreza, la educación, entre otros (Wikström, 2014; Larsson, 2006). Así, se puede afirmar que una población es vulnerable o está expuesta a actividad delictiva con base en los factores mencionados. Sin embargo, por limitaciones de información, en la definición de este índice, se asume que todos los habitantes de un barrio tienen la misma posibilidad de ser víctimas de delitos, independiente de las características de dicho barrio. Para cuantificar esta categoría, se mide la población expuesta en cada barrio a través de dos indicadores: densidad poblacional y afluencia de personas en diferentes puntos de interés, agregados con media geométrica con igual factor de ponderación.

- **Densidad poblacional (PE1):** Representa el promedio de personas que habitan un barrio. La fuente de información es el DANE (Departamento Administrativo Nacional de Estadística) que ofrece información sobre la población a nivel de manzana en cada ciudad. Los datos son una proyección de la población basados en la encuesta del DANE 2005. La unidad de medida es habitantes por metro cuadrado.



- **Afluencia de personas a puntos de interés (PE2):** Representa la cantidad promedio de personas que visitan diariamente puntos de interés, como hospitales, colegios, tiendas, supermercados, parques, iglesias, restaurantes, centro comerciales, estaciones de bus, entre otros. La fuente de información es la API de Google Places que utiliza el acceso a los datos de los usuarios para hacer un conteo constante de las personas que visitan lugares específicos. La unidad de medida es la cantidad promedio de personas.

#### 4.2.2.2. Categoría: Desempeño institucional (DI)

Esta categoría se refiere a la capacidad de las autoridades para hacer frente a la inseguridad en una región. Se ha demostrado que la presencia efectiva de la autoridad influye en la disminución de índices criminales, por tanto se puede afirmar que la capacidad de cobertura por parte de la policía, por ejemplo, da lugar a que la población sea menos o más vulnerable. Para medir el DI existen diversos indicadores como índice de efectividad, cantidad de policías, reincidencia, entre otros (Jaime et al., 2010). En este estudio se utiliza el indicador *distancia entre incidentes y autoridades*.

- **distancia entre incidentes y autoridades (DI1):** Esta variable mide el tiempo que hay entre las estaciones de policía (autoridad) y los puntos centrales de cada barrio. Así, solo se considera la distancia entre la estación más cercana a cada punto. Esto representa de forma general, la capacidad que tienen las autoridades para cubrir una zona. Entre más lejos se encuentre un punto de la estación más cercana, se vuelve más vulnerable. La fuente de información es la API de Google Maps Distance Matrix que proporciona la distancia y el tiempo de viaje para una matriz de orígenes y destinos. En casos específicos, cuando hay varias estaciones disponibles para cubrir un gran número de puntos calientes, se utiliza el método *ubicación de instalaciones más cercanas* para encontrar las distancias/tiempos entre cada punto y su estación más cercana.

### **4.3. Limitaciones y restricciones del índice**

Hay ciertas áreas de las dimensiones del índice criminal que no son cubiertas o son cubiertas parcialmente. Las principales restricciones están relacionadas a las limitaciones del método y a la disponibilidad de datos.

Dentro de las limitaciones del método, se puede citar que las interacciones entre las dimensiones no se consideran. Por ejemplo, el modelo no es capaz de medir cuantitativamente si al mejorar el desempeño institucional de las autoridades (dimensión vulnerabilidad) se puede disminuir la percepción de la inseguridad ciudadana (dimensión peligro).

Por otro lado, la falta de información disponible sobre algunos indicadores, ha limitado la construcción completa de algunas categorías, como la población expuesta y el desempeño institucional. Como se explicó en la sección 4.2.2 una población es vulnerable si sus características sociales dan lugar a actividades delictivas. Estas características se pueden medir a través de indicadores de pobreza, educación, ingresos, etc. Sin embargo, la información disponible está a un nivel geográfico agregado (por ciudad) que no es útil en esta investigación, ya que se trabaja a un nivel geográfico por barrios. En cuanto a la categoría de desempeño institucional, está compuesta por otros sub-indicadores que tampoco están disponibles a nivel de barrio, por lo tanto tampoco es conveniente incluirlas en el índice criminal.

### **4.4. Construcción del modelo para el índice**

Antes de la construcción del indicador compuesto y los sub-índices, todos los valores de datos en bruto de los indicadores se procesan previamente. Un indicador pre-procesado se conoce como sub-índice. El pre-proceso puede incluir transformaciones a escalas no dimensionales, re-escalar en un rango de 0-10, identificación de valores atípicos, entre otros.

#### 4.4.1. Normalización

El método usado es la normalización min-máx. Este proceso se aplica para tener una escala idéntica de 0-10 en todos los índices y sub-índices, con la noción de que entre más alto es peor.

El primer paso es identificar los valores atípicos y establecer valores mínimos y máximos para cada indicador. De esta forma, se eliminan los efectos de distorsión y la normalización se hace estable en el tiempo. Las técnicas usadas para identificar los valores atípicos son: diagrama de caja y valores anómalos de asimetría y curtosis. Basados en el rango inter-cuartil se definen y eliminan los datos atípicos, hasta lograr una simetría y curtosis aceptable (generalmente menor a 2 y 3.5 respectivamente<sup>1</sup>), así los valores máximos y mínimos se establecen con base en los datos que permanecen después de la eliminación. Este proceso se aplica a cada indicador por separado (ver archivos anexos).

El segundo paso es normalizar los datos usando la ecuación 4.2:

$$x_{i,norm}^j = (10 - 1) \times \frac{x_i^j - \min_i}{\max_i - \min_i} + 1 \quad [4.2]$$

Donde:

$x_{i,norm}^j$  es el dato normalizado del barrio  $j$  en el indicador  $i$

$x_i^j$  es el dato del barrio  $j$  en el indicador  $i$

$\min_i$  es el valor mínimo del conjunto de datos del indicador  $i$

$\max_i$  es el valor máximo del conjunto de datos del indicador  $i$

#### 4.4.2. Agregación

Una vez las variables han sido normalizadas, deben ser agregadas para generar el índice. La literatura sobre indicadores compuestos ofrece varios ejemplos de técnicas de agregación (EuropeanComission, 2018): mínimos, máximos, promedios aritméticos, geométricos y análisis multi-criterio no compensatorio.

---

<sup>1</sup><http://www.inform-index.org/> Full methodology

En esta metodología para el índice criminal, se implementan los promedios aritméticos y geométricos. Las reglas de agregación se aplican a los índices en cada nivel para avanzar a través de ellos de forma jerárquica ascendente. Es decir, se inicia en el nivel de indicadores uno por uno, luego el nivel categoría, hasta el nivel dimensión. El puntaje final del índice criminal se calcula con la ecuación 4.1.

De acuerdo con INFORM et al. (2017), para fines de clasificación la agregación es una herramienta para compensar el déficit de una dimensión por el superávit de otra. Con el promedio aritmético la compensación es constante mientras que con el promedio geométrico la compensación es menor y recompensa más los indicadores con puntajes más altos. En este caso, el promedio geométrico siempre es menor o igual al promedio aritmético. Para usar esa característica, es decir, recompensar aquellos barrios con más puntajes, se sigue el siguiente procedimiento:

1. Invertir el indicador con la noción de que mas alto es mejor.
2. Re-escalar el indicador en el rango [1-10].
3. Calcular el promedio geométrico.
4. Re-escalar el puntaje nuevamente en el rango [1-10].
5. Invertir el puntaje con la noción de que mas alto es peor.

#### **4.4.3. Ponderaciones**

Las ponderaciones son utilizadas para controlar la contribución de cada indicador al índice global y deben ser justificadas por un marco teórico, ya sea su significado, adecuación estadística, opinión de expertos, entre otros. Existen varias técnicas sugeridas para ponderar los indicadores individuales antes de agregarlos al indicador compuesto. Las más usadas son: pesos iguales, pesos basados en modelos estadísticos o pesos basados en opinión pública o expertos.

En el desarrollo del índice criminal, se ponderan los indicadores de la categoría actividad delictiva de acuerdo a la gravedad del delito basados en el código penal nacional (ver sección 4.2.1.1).

Los demás indicadores, categorías y dimensiones se ponderan con el modelo estadístico análisis por componentes (PCA). Este modelo consiste en agrupar indicadores colineales, para capturar la mayor cantidad posible de información común de esos indicadores. Cada agrupación revela el conjunto de indicadores que tienen mayor asociación con él. Por lo tanto, el índice ya no depende de la dimensionalidad del conjunto de datos, sino que se basa más bien en las dimensiones “estadísticas” de los datos. De acuerdo con este método, la ponderación solo interviene para corregir la información superpuesta de dos o más indicadores correlacionados, y no es una medida de la importancia del indicador asociado (EuropeanComission, 2018). En otras palabras, la ponderación estadística óptima asegura que cuando agregamos los indicadores, retengamos tanto como sea posible la información original sobre los barrios.

Después de aplicar el análisis por componente a todas las categorías, se obtienen las matrices de puntuaciones del componente con mayor eigenvalor, para definir las ponderaciones que indican el valor estadístico explicado en ese componente. En la tabla 4.2 se observa el valor del coeficiente de puntuación y su valor relativo. Note que en el caso de la categoría población expuesta, sus dos indicadores tienen igual coeficiente, por lo tanto tienen igual factor de ponderación. Así mismo sucede con las ponderaciones de las categorías y de las dimensiones. Así se justifica que todos tengan igual factor de ponderación.

Tabla 4.2: Coeficiente de puntuación del PCA para ponderar indicadores

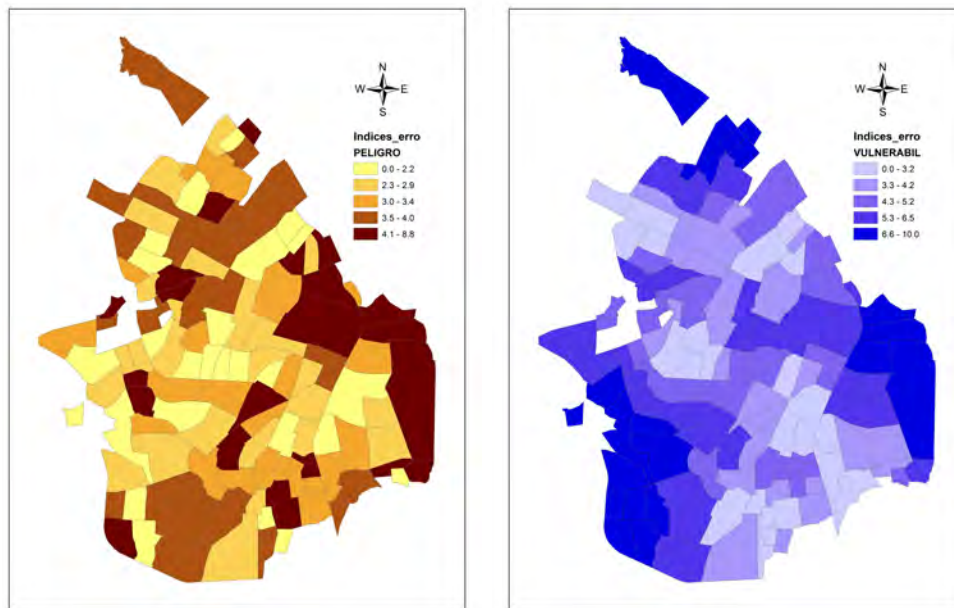
<b>Indicador</b>	<b>coeficiente de puntuación</b>	<b>%</b>
No se siente seguro	0.493	36.5 %
Ha sido victima de delitos	0.135	10.0 %
No se siente protegido por autoridades	0.723	53.5 %
Total percepción	1.352	100 %
Habitantes	0.669	50 %
Afluencia de personas a puntos de interes	0.669	50 %
Total poblacion expuesta	1.338	100 %

Tabla 4.3: Resumen de variables: Fuente de información, mínimos, máximos y ponderaciones

Dimensión	Categoría/Indicador	Fuente de información	Valor mínimo	Valor máximo	Factor de ponderación
<b>PELIGRO</b> 50 %	<b>Actividad delictiva</b>				50.0 %
	Homicidios	DIJIN	0.00	10.51	36.6 %
	Hurto a personas	DIJIN	1.47	158.73	11.7 %
	Hurto automotores	DIJIN	0	28.94	15.2 %
	Hurto comercio	DIJIN	0	11.76	13.8 %
	Hurto motos	DIJIN	0	15.13	15.2 %
	Lesiones Personales	DIJIN	0	50.85	7.6 %
	<b>Percepcion ciudadana</b>				50.0 %
	No se siente seguro	Barranquilla Cómo Vamos	40.96	71.02	36.5 %
	Ha sido victima de delitos	Barranquilla Cómo Vamos	10.92	24.43	10.0 %
<b>VULNERABILIDAD</b> 50 %	No se siente protegido por autoridades	Barranquilla Cómo Vamos	71.24	85.14	53.5 %
	<b>Poblacion expuesta</b>				50.0 %
	Habitantes	DANE	506	30395	50.0 %
	Afluencia de personas a puntos de interés	Google Places	0	10281	50.0 %
	<b>Capacidad de respuesta</b>				50.0 %
	Tiempo de viaje entre incidentes y autoridades	Google Maps Distance Matrix	0.5	10	100.0 %

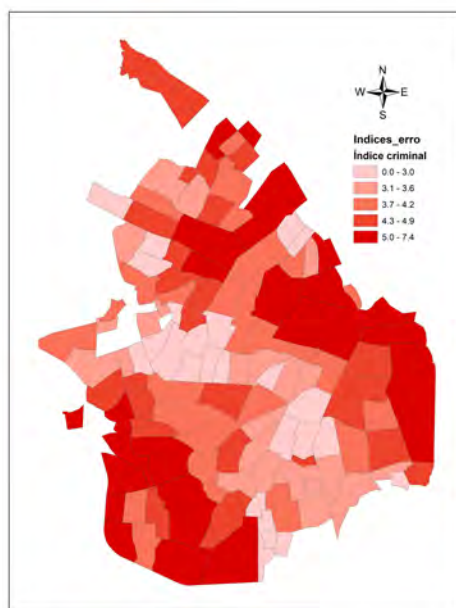
## 4.5. Resultados

El índice criminal se puntúa entre 0 y 10. Los valores pequeños representan bajos niveles de criminalidad y los valores grandes representan altos niveles de criminalidad, en términos de gestión del riesgo delincuencia. Esta noción: “entre más alto peor” se aplica también a los niveles de dimensión, categoría e indicadores.



(a) índice peligro

(b) índice vulnerabilidad



(c) índice criminal

Figura 4.2: Distribución de índices por barrio

En la tabla 4.3 se muestra un resumen de los doce indicadores: la fuente de información, los valores mínimos y máximos del conjunto de datos (para normalización) y los factores de ponderación.

En el anexo B se detallan los resultados del índice criminal por barrios (en orden alfabético) y cada una de sus dimensiones y categorías. En las Figuras 4.2a, 4.2b y 4.2c se observa la distribución geográfica de los índices y dimensiones en cada barrio.

En el anexo C.1 se puede observar la matriz de correlaciones entre todas las variables involucradas en la creación de índice. Esta matriz evidencia la efectiva correlación entre cada categoría y sus indicadores (ejemplo, la categoría actividad delictiva con su seis indicadores de delitos), entre cada dimensión y sus categorías (ejemplo, la dimensión peligro con las categorías actividad delictiva y percepción) y finalmente entre el índice criminal y sus dimensiones (peligro y vulnerabilidad).



## CAPÍTULO 5

### CASO DE ESTUDIO

En este capítulo se describe un caso de aplicación del método con datos reales, con el fin de demostrar el funcionamiento y aplicabilidad de la propuesta. El experimento es conducido en la ciudad de Barranquilla, Colombia. En la sección 5.1 se presenta un resumen de la situación actual de Barranquilla en referencia a hechos delictivos. En la sección 5.2 se detalla la estructura del escenario en la que se experimentará y las suposiciones requeridas para la aplicación. En la sección 5.3 se lista el pre-procesamiento y fuente de información de los parámetros de entrada. Finalmente, en la sección 5.4 se muestran los resultados de la aplicación del método meta-heurístico.

#### 5.1. Situación criminal en Barranquilla

El crimen urbano ha sido una de las mayores preocupaciones de los ciudadanos de muchas regiones en el mundo a lo largo de los años. Teniendo en cuenta solo las tasas de homicidios (indicador más utilizado para medir los niveles de violencia y criminalidad), los diez países con las tasas más altas en el mundo están en Latinoamérica y el Caribe. La lista está liderada por Honduras, con 85.7 homicidios por cada 100.000 habitantes, seguido de El Salvador (63.2), Venezuela (51.7) y Colombia (48.8)<sup>1</sup>.

De acuerdo a un análisis sobre la criminalidad urbana en Colombia, desarrollado por Mejía et al. (2015), algunos indicadores de criminalidad asociados a fenómenos urba-

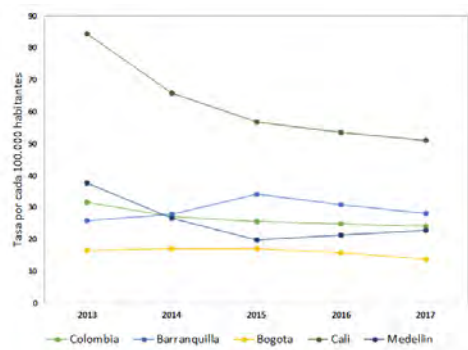
---

<sup>1</sup><https://noticieros.televisa.com/ultimas-noticias/oms-latinoamerica-tiene-tasa-mas-alta-homicidios-mundo/>

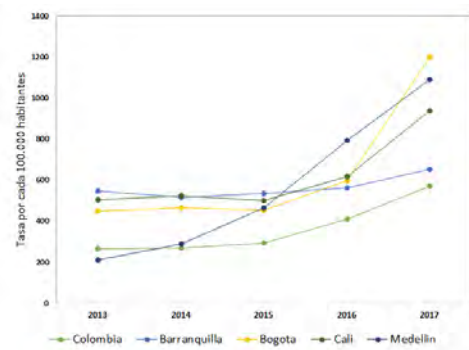
nos se han deteriorado en la última década. Por ejemplo, las tasas de hurto a personas aumentaron en 146 % en 10 años y las lesiones personales aumentaron en 130 %.

Barranquilla es una de las principales ciudades de Colombia. En la Figura 5.1 se evidencia que Barranquilla supera las tasas de delitos nacionales y de otras ciudades principales (Bogotá, Medellín, Cali), como es el caso de homicidios, hurtos y lesiones personales.

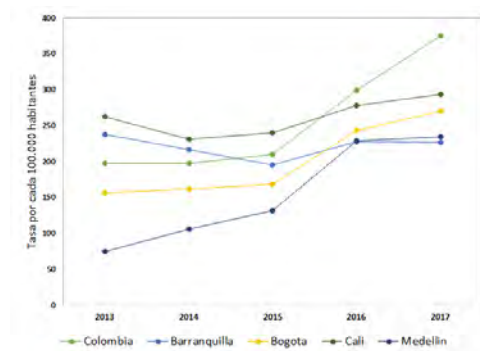
Los niveles de delincuencia en las ciudades han sido uno de los principales desafíos de las autoridades colombianas. De esta forma, en esta tesis se propone una estrategia de patrullaje preventivo para reconsiderar la estructura tradicional del sistema de vigilancia y soporte en contra de la delincuencia.



(a) Homicidios



(b) Hurtos



(c) Lesiones Personales

Figura 5.1: Tasa de delitos nacional vs tasa de delitos para las 4 principales ciudades. Fuente: Elaboración propia con datos de la DIJIN, Policía Nacional

## 5.2. Definición del escenario

Para llevar a cabo el caso de estudio en la ciudad de Barranquilla y analizar la distribución espacial de las soluciones, se geo-referenció la información basados en los datos disponibles al nivel geográfico más pequeño posible: por barrios<sup>2</sup>. De esta forma, se asume que el centroide de cada barrio es un punto criminal representativo de esa área, es decir un punto caliente o punto caliente. En la Figura 5.2 se puede observar un mapa de Barranquilla, dividida en 120 barrios con sus respectivos centroides.

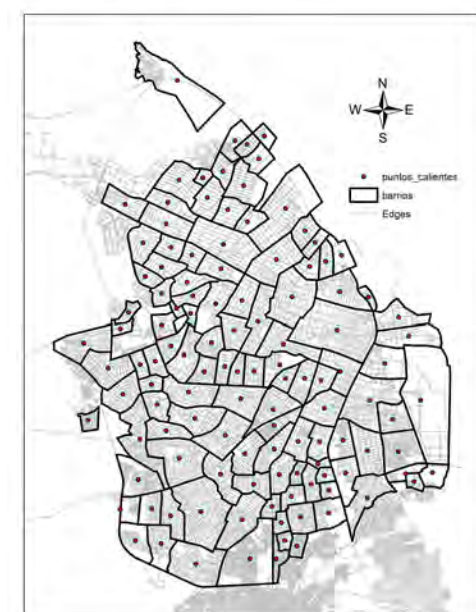


Figura 5.2: Barrios y puntos calientes

La ciudad tiene seis estaciones de policía principales (Ver Figura 5.3a). Se asume que las patrullas que pertenecen a cada estación deben proteger los puntos calientes que estén bajo su jurisdicción. Para definir los puntos asignados a cada estación se utiliza el método “Análisis de ubicación de instalaciones más cercanas” que mide el costo de viajar entre las estaciones y los puntos para determinar cuáles están más próximos entre sí. En la Figura 5.3b se muestra la respectiva asignación. De esta forma, cada estación y sus respectivos nodos representan una instancia del caso de estudio.

---

<sup>2</sup>Un barrio corresponde a una agrupación de viviendas delimitada por sus condiciones físicas, económicas o sociales. Es el nivel más básico de división urbana en Colombia.  
<http://www.scielo.org.co/pdf/rcdg/n19/n19a08.pdf>



(a) Estaciones de policía

(b) puntos calientes asignados a cada estación

Figura 5.3: Escenarios del caso de aplicación

### 5.3. Parámetros de entrada

A continuación se detalla la configuración de los parámetros de entrada, su fuente de información y su etapa de pre-procesamiento (si aplica). Estos son necesarios para la resolución del caso de estudio, de acuerdo a la formulación del problema en la sección 2.3.

#### 5.3.1. Cantidad de puntos calientes $n$

Para cada una de las seis instancias del caso de estudio (una por cada estación) se fija un número de puntos calientes asignados (Tabla 5.1) para un total de 165. En ocasiones, los centroides de cada barrio representan varios puntos calientes. Esto se debe a que algunos barrios tienen índices criminales elevados o la distribución de los delitos tiene varios picos a lo largo del día. Así, se decide que ese barrio debe ser visitado varias veces al día en diferentes ventanas de tiempo. Y aunque hayan 122 barrios, el número total de puntos calientes asciende a 165.

Tabla 5.1: Cantidad de puntos calientes en cada escenario

Estación $i$	Cantidad de puntos calientes $n_i$
1	22
2	24
3	38
4	35
5	18
6	28

### 5.3.2. Cantidad de patrullas $p$

Las unidades de policía son un recurso crítico en las estaciones. En este caso, se realizan varias pruebas en cada instancia, variando el número de patrullas para evaluar su desempeño. Para ello,  $p_i$  tomará valores desde 1 patrulla hasta  $\frac{n_i}{2}$  patrullas en cada estación  $i$ .

Es necesario aclarar que el parámetro  $p$  representa un valor fijo de la cantidad de unidades de policías disponibles durante el horizonte de tiempo. Es decir, se asume que en cualquier momento del horizonte de tiempo, siempre habrán disponibles  $p$  patrullas, independientemente del cambio de turnos entre oficiales. Por ejemplo, es posible que si  $p = 6$ , entonces a las 00:00h inician la jornada 6 oficiales, pero a las 8:00h terminan turno 2 de ellos y comienzan la jornada otros dos, luego a las 10:00h terminan la jornada 3 oficiales pero a esa misma hora inician otros 3, así sucesivamente hay cambio de personal pero se mantienen siempre 6 patrulleros disponibles.

### 5.3.3. Tiempos de viaje $t_{ij}$

Los tiempos de viaje corresponden a una matriz que guarda los tiempos entre cada par de puntos (incluyendo la estación). Se asume que los tiempos son estáticos y se calculan con la ecuación clásica que relaciona distancia ( $d$ ), tiempo ( $t$ ) y velocidad ( $v$ ):  $t = \frac{d}{v}$ . La distancia corresponde a la longitud geométrica del arco que une los dos nodos. La velocidad se asumen constante con un valor de 45km/h. Para el calculo de este parámetro no se consideran mediciones del flujo ni parámetros de calibración de carreteras. Estas suposiciones no tienen efectos significativos en esta aplicación, ya que los tiempos de viajes son relativamente cortos en comparación con los tiempos de las ventanas críticas

de cada punto, los cuales sí son primordiales en este caso. Por lo tanto, un tiempo de viaje aproximado es suficiente para configurar correctamente las rutas e itinerarios. En los anexos D.1, D.2, D.3, D.4, D.5 y D.6 se presentan las matrices de tiempos para cada uno de los seis escenarios del caso de aplicación.

#### 5.3.4. Ventanas de tiempo críticas $[a_i - b_i]$

Para definir las ventanas de tiempo críticas de cada punto, se usaron los datos de las estadísticas delictivas del portal de la Policía Nacional. La entidad reporta anualmente un listado de los delitos ocurridos en cada ciudad y la hora del incidente. Así, se siguieron los siguientes pasos para cada barrio del estudio:

1. Listar las horas de ocurrencia de todos los delitos en el barrio durante los años disponibles.
2. Seleccionar la distribución de probabilidad que mejor se ajusta a los datos<sup>3</sup>, basado en pruebas de bondad de ajuste *Anderson-Darling*. Por ejemplo para el barrio “abajo” se obtiene que la mejor distribución de ajuste es la *Johnson SB* (ver Figura 5.4). En el anexo E se adjuntan las distribuciones y ventanas de lo demás barrios.

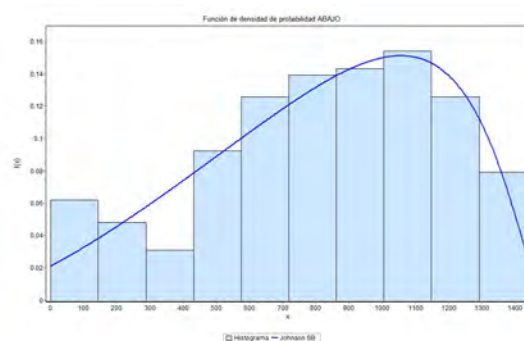


Figura 5.4: Ejemplo ajuste de distribución

<sup>3</sup>Se utiliza el software EasyFit que permite ajustar automáticamente las distribuciones a los datos de la muestra y seleccionar el mejor modelo.  
<http://www.mathwave.com/es/home.html>

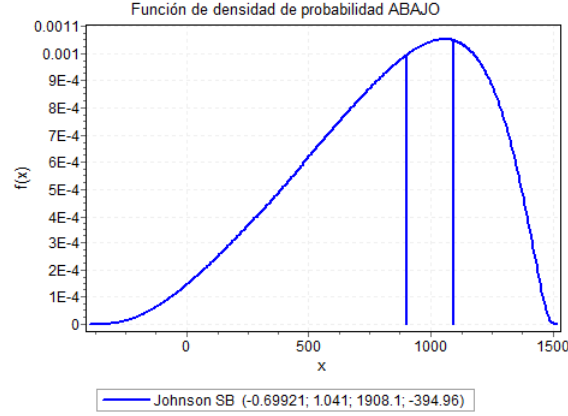


Figura 5.5: Ejemplo selección de ventana crítica

3. Utilizar la función de densidad de probabilidad de la distribución seleccionada, para establecer dos valores límites (inferior y superior) que expliquen un 20 % de probabilidad de ocurrencia de delitos en ese lugar. Por ejemplo para el mismo barrio “abajo” se tiene que entre los minutos 900 (15:00h) y 1094 (6:15h) ocurren aproximadamente el 20 % de los delitos en un día promedio (Ver Figura 5.5).
4. Asignar los valores límites a la ventana de tiempo crítica  $[a_i - b_i]$ .

#### 5.3.5. Índice criminal $r_i$

El índice toma valores estandarizados en el rango de  $[0 - 10]$ . El cálculo del índice criminal se detalla en el capítulo 4 y en el anexo B se detallan los valores finales del índice para cada barrio.

#### 5.3.6. Horizonte de tiempo $E - H$

El horizonte de tiempo para todos los escenarios corresponde a la duración de un día. En este caso, se trabaja en minutos por lo tanto, los parámetros toman los valores de  $E = 0$  y  $E = 1440$ .

#### 5.3.7. Parámetros de la meta-heurística

Para configurar los parámetros del algoritmo, se asignaron valores a cada uno de ellos y se variaban por turnos mientras se mantenían fijos los demás. Para cada combinación

Tabla 5.2: Parámetros

Parametro	Valor
alpha	0.5
beta	0.5
# hormigas	10
# ciclosACO	50
coef. evaporacion	0.15
%mutacion	0.3
%cruzamiento	0.3
%insercion	0.3
iteracionesGA	100
TamañoElite	10

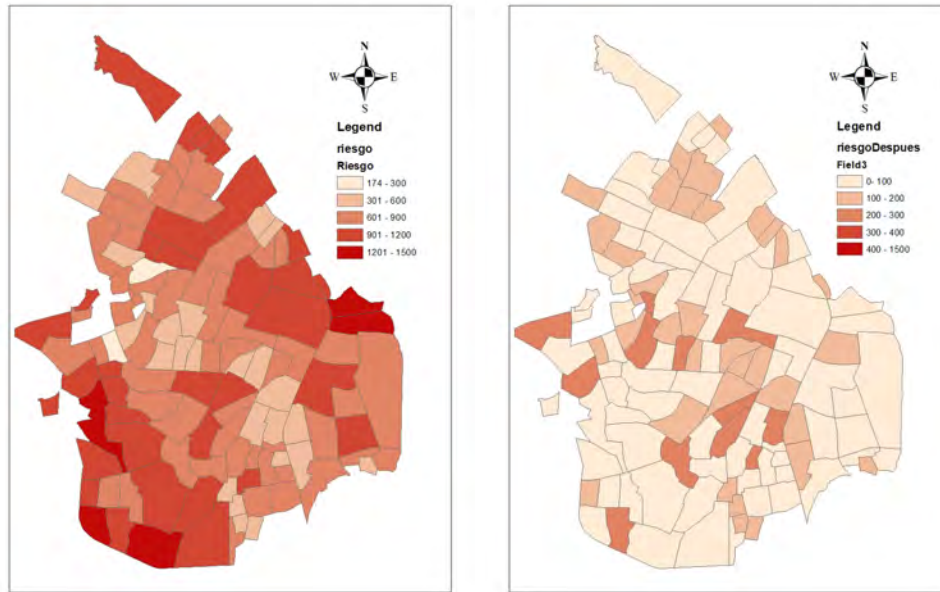
de parámetros, se corrió el programa cinco veces con un conjunto de instancias y la combinación con el mejor resultado fue seleccionado. En la tabla 5.2 se muestran los valores asignados a los parámetros involucrados.

## 5.4. Resultados de la aplicación

Los resultados muestran que se podrían obtener reducciones hasta del 90 % en los niveles de riesgo, el cual está representado por el producto del índice criminal con el tiempo de servicio no efectivo de cada punto. En la Figura 5.6a se observan los niveles de riesgo iniciales y en la Figura 5.6b se observan los niveles de riesgo esperados después de aplicar el método propuesto. Los resultados indican que los niveles de riesgo generales de la red disminuyen significativamente.

A continuación se presentan de forma detallada los resultados de cada escenario del caso de aplicación.





(a) Nivel de riesgo inicial

(b) Nivel de riesgo esperado despues de aplicar la propuesta

Figura 5.6: Resultados del caso de aplicación

#### 5.4.1. Escenario 1

Tabla 5.3: Mejores soluciones escenario 1

p	Riesgo	Tiempo no efectivo (min)	Tiempo Viaje (min)	tiempo de corrida (seg)
3	7262	1947	145	330
4	5771	1551	149	220
5	5481	1463	156	136
6	4717	1228	155	109
7	3401	939	163	65
8	4185	1054	164	52
9	3260	851	155	35
10	2479	635	204	30

El escenario 1 que cuenta con 22 puntos calientes concentra un nivel de riesgo criminal (índice criminal  $\times$  tiempo no efectivo) de 17561 unidades, el cual representa 4425 minutos de estado crítico en los barrios. La solución arrojada por el programa (Tabla 5.3) muestra que se podría obtener una reducción de más del 80 % en el riesgo, es decir, bajaría a tan solo 851 minutos de estado crítico, cuando se patrullan con 10 unidades de policía durante todo el día. En el peor de los casos, cuando no se cuenta con suficiente recurso, si solo

patrullan 3 unidades de policías, se lograría una disminución del 58 %. Los resultados se obtuvieron en menos de 5 minutos cada uno.

#### 5.4.2. Escenario 2

Tabla 5.4: Mejores soluciones escenario 2

p	Riesgo	Tiempo no efectivo (min)	Tiempo Viaje (min)	tiempo de corrida (seg)
5	6126	1798	153	213
6	6359	1716	141	162
7	4509	1410	143	116
8	3867	1051	158	74
9	4407	1380	158	49
10	3671	1149	154	33

El escenario 2 que cuenta con 24 puntos calientes concentra un nivel de riesgo criminal de 22144 unidades, el cual representa 5194 minutos de estado crítico en todos los barrios. La solución arrojada por el programa (Tabla 5.4) muestra que también se podría obtener una reducción de más del 80 % en el riesgo, es decir, bajaría a tan solo 1149 minutos de estado crítico, cuando se patrullan con 10 unidades de policía durante todo el día. En este caso se puede resaltar que con 8 patrulla se obtiene un desempeño parecido que con 10 patrullas. En el peor de los casos, cuando no se cuenta con suficiente recurso, si solo patrullan 5 unidades de policías, se lograría una disminución del 72 %. Los resultados se obtuvieron en menos de 4 minutos cada uno.

#### 5.4.3. Escenario 3

Tabla 5.5: Mejores soluciones escenario 3

p	Riesgo	Tiempo no efectivo (min)	Tiempo Viaje (min)	tiempo de corrida (seg)
4	14799	3470	229	752
5	13012	3131	256	452
7	10659	2512	251	295
8	10146	2422	240	273
9	9023	2156	288	212
10	8863	2102	250	190

El escenario 3 que cuenta con 38 puntos calientes concentra un nivel de riesgo criminal de 34163 unidades, el cual representa 7193 minutos de estado crítico en todos los barrios. La solución arrojada por el programa (Tabla 5.5) muestra que se podría obtener una reducción de más del 70 % en el riesgo, es decir, bajaría a tan solo 2102 minutos de estado crítico, cuando se patrullan con 10 unidades de policía durante todo el día. En este caso se puede resaltar que este escenario con casi el doble de puntos calientes que el escenario 1 y con la misma cantidad de patrullas, es decir, 10, solo difieren en un 10 % en la reducción del riesgo. En el peor de los casos, cuando no se cuenta con suficiente recurso, si solo patrullan 4 unidades de policías, se lograría una disminución de un poco más del 50 %. Los resultados se obtuvieron en menos de 12 minutos cada uno.

#### 5.4.4. Escenario 4

Tabla 5.6: Mejores soluciones escenario 4

p	Riesgo	Tiempo no efectivo (min)	Tiempo Viaje (min)	tiempo de corrida (seg)
3	13606	3551	276	190
4	11895	3388	280	635
5	10358	2848	243	479
6	9813	2654	277	345
7	8851	2276	265	292
8	8801	2366	274	258
9	7457	2115	246	164
10	6258	1885	295	158

El escenario 4 que cuenta con 35 puntos calientes concentra un nivel de riesgo criminal de 28949 unidades, el cual representa 6786 minutos de estado crítico en todos los barrios. La solución arrojada por el programa (Tabla 5.6) muestra que se podría obtener una reducción de más del 78 % en el riesgo, es decir, bajaría a tan solo 1885 minutos de estado crítico, cuando se patrullan con 10 unidades de policía durante todo el día. En el peor de los casos, cuando no se cuenta con suficiente recurso, si solo patrullan 3 unidades de policías, se lograría una disminución de un poco más del 50 %. Los resultados se obtuvieron en menos de 10 minutos cada uno.

#### 5.4.5. Escenario 5

Tabla 5.7: Mejores soluciones escenario 5

p	Riesgo	Tiempo no efectivo (min)	Tiempo Viaje (min)	tiempo de corrida (seg)
2	4696	1428	85	289
3	4696	1428	85	289
4	3097	961	88	130
5	2802	889	80	78
6	1741	527	93	45
7	1314	407	101	22
8	1343	424	107	19
9	1308	406	104	14
10	964	311	107	13

El escenario 5 que cuenta con 18 puntos calientes concentra un nivel de riesgo criminal de 11868 unidades, el cual representa 3389 minutos de estado crítico en todos los barrios. La solución arrojada por el programa (Tabla 5.7) muestra que se podría obtener una reducción de más del 90 % en el riesgo, es decir, bajaría a tan solo 310 minutos de estado crítico, cuando se patrullan con 10 unidades de policía durante todo el día. En el peor de los casos, cuando no se cuenta con suficiente recurso, si solo patrullan 2 unidades de policías, se lograría una disminución de un poco más del 60 %. Los resultados se obtuvieron en menos de 5 minutos cada uno.

#### 5.4.6. Escenario 6

Tabla 5.8: Mejores soluciones escenario 6

p	Riesgo	Tiempo no efectivo (min)	Tiempo Viaje (min)	tiempo de corrida (seg)
3	9855	2965	159	483
4	8040	2535	176	315
5	7284	2169	194	235
6	6348	2021	188	174
7	6281	2006	164	146
8	5239	1648	191	103
9	3826	1231	196	86
10	4053	1266	206	66

El escenario 6 que cuenta con 28 puntos calientes concentra un nivel de riesgo criminal de 20478 unidades, el cual representa 5443 minutos de estado crítico en todos los barrios.

La solución arrojada por el programa (Tabla 5.8) muestra que se podría obtener una reducción de más del 80 % en el riesgo, es decir, bajaría a tan solo 1231 minutos de estado crítico, cuando se patrullan con 10 unidades de policía durante todo el día. En el peor de los casos, cuando no se cuenta con suficiente recurso, si solo patrullan 2 unidades de policías, se lograría una disminución de un poco más del 60 %. Los resultados se obtuvieron en menos de 5 minutos cada uno.

## CAPÍTULO 6

# CONCLUSIONES Y FUTURAS INVESTIGACIONES

A continuación se presentan los comentarios finales de este trabajo que incluye conclusiones y futuras investigaciones.

### 6.1. Conclusiones

En este trabajo se aborda el problema de ruteo de patrullas. Una cantidad dada de unidades policiales se deben organizar para visitar un grupo de puntos calientes de una región. Cada punto tiene un índice criminal asociado a una ventana de tiempo crítica durante la cual es deseable que haya una patrulla en servicio. El objetivo consiste en minimizar el riesgo total en la región al definir tiempos de servicios adecuados en cada punto y al establecer la mejor secuencia de visitas para cada patrulla.

El problema se describe a través un modelo de programación lineal entero-mixto, cuyas variables principales definen varios asuntos: qué puntos son asignados a cada patrulla, la secuencia en que deben visitarlos, el tiempo que tardarían en recorrerlos, el tiempo de servicio en cada uno y el riesgo criminal cuando no son capaces de cubrir la ventana crítica completa. Para este modelo, se encontró que el uso de Cplex (optimizador) no es una opción viable debido a los grandes tiempos de solución, incluso para instancias pequeñas del problema. De acuerdo a los experimentos computacionales, el desempeño de Cplex solo fue satisfactorio para instancias hasta de 10 puntos calientes. Pero al aumentar

el número de puntos, la máquina donde se corre el modelo queda sin memoria y no es capaz de generar resultados.

Al combinar los algoritmos metaheurísticos genéticos, colonia de hormigas y búsqueda exhaustiva, se desarrolló una solución híbrida para el problema. La heurística se puede resumir en 3 pasos: 1) asignación de puntos calientes a cada patrullas a través de un GA, 2) generación de rutas con un ACO y 3) definición de tiempos de servicio con una búsqueda exhaustiva.

El algoritmo se probó con instancias de diferentes tamaños. Para instancias pequeñas, es decir, hasta 10 puntos calientes, se encontraron soluciones óptimas en la mayoría de las pruebas, ya que se compararon con los resultados obtenidos con el modelo exacto. Estos resultados ofrecen confiabilidad sobre el desempeño del algoritmo propuesto. Otro punto favorable es que los tiempos de solución del algoritmo tienen un crecimiento exponencial muy lento con respecto al aumento del número de nodos, en contraste con el crecimiento exponencial acelerado obtenido en Cplex.

Con el fin de probar la utilidad de la propuesta, se aplicó un caso de estudio con instancias de tamaño superior a las permitidas con Cplex, es decir superior a 10 nodos. El caso se desarrolló con información de la ciudad de Barranquilla. También se propuso un método para establecer índices criminales en cada punto caliente, que en este trabajo fueron representados por el centroide de cada barrio de la ciudad. Los resultados mostraron que es posible disminuir significativamente el riesgo cuantificado de una zona, si se identifican ventanas de tiempo críticas donde se concentre un gran porcentaje de la actividad criminal. Para todos los escenarios del caso de estudio se obtuvieron resultados en menos de 15 minutos, lo cual implica un ahorro computacional valioso, teniendo en cuenta la complejidad de la formulación del problema.

## **6.2. Futuras Invetigaciones**

A continuación se destacan varios aspectos que podrían considerarse para estudios futuros.

- Sería de gran valor considerar la naturaleza dinámica del patrullaje policial. Es decir, no sólo tener en cuenta el enfoque preventivo, como es el caso de este trabajo, sino agregar un enfoque reactivo. Esto quiere decir que las patrullas deben ser programadas para visitar puntos calientes y deben ser capaces de responder a llamadas de emergencia que se generan durante el recorrido.
- El algoritmo propuesto ofrece resultados en pocos minutos de ejecución. Sin embargo, algunos parámetros del sistema requieren considerables cantidades de tiempo durante su recolección. Para ello, es posible integrar diferentes aplicaciones con el programa, con el fin de automatizar el ingreso de los parámetros. Por ejemplo, para obtener automáticamente la matriz de tiempos de viaje entre cada par de nodos, se puede integrar el algoritmo con las API's de google maps o Bing maps. Por otro lado, para obtener las ventanas de tiempo críticas se podría integrar con un paquete estadístico o con librerías estadísticas de R (por ejemplo) que determinen los intervalos adecuados. Además, es posible integrar los paquetes de plataformas de información geográfica como Qgis o Arcgis que permiten identificar los puntos calientes, basados en la geo-localización de delitos. Y finalmente, se podría crear un algoritmo que calcule los índices criminales, basados en el método propuesto y que obtenga las estadísticas delictivas de la página web de la policía nacional.
- El cuello de botella del algoritmo propuesto es el método de búsqueda exhaustiva para definir tiempos de servicio. Es un cuello de botella por dos razones, primero realiza una exploración completa de las posibles soluciones y segundo es la operación que más se repite en la ejecución del algoritmo. Afortunadamente es un proceso rápido, sin embargo sería pertinente mejorar el enfoque, ya que limita la cantidad de puntos calientes asignados a cada patrulla. Una forma de mejorar el algoritmo, podría ser encontrar un método que le permite converger en menos pasos.



## APÉNDICES

APÉNDICE A

Resultados de taxonomía detallada (112 trabajos revisados)

Referencia	Planteamiento del problema			Propósito de la programación				Metodologías de solución				Objetivo de optimización					
	Rutas	Cuadrantes	Horarios	Crímenes	Accidentes tránsito	Atención de Llamadas	Intercepción de incidentes	Simulación	Método exacto	Heurística	Meta heurística	Número de patrullas	Costo de viaje	Cobertura	Tiempo de respuesta	índices de riesgo	Multi-criterio
Rosenshine (1970)	X		X	X				X	X			X					
Larson (1970)		X				X	X	X						X	X		
Rosenshine and Evans (1973)	X			X				X				X	X				
Kolesar et al. (1975)			X			X			X			X					
Kolesar and Walker (1975)		X	X	X	X	X		X				X	X		X		
Olson and Wright (1975)		X					X	X	X					X			
Chaiken (1975)		X	X			X		X	X			X			X		
Chelst (1975)		X		X		X	X		X				X	X	X		
Kolesar et al. (1976)			X			X		X	X			X			X		
Chelst (1978)		X					X		X			X					
Lee et al. (1979)		X			X				X			X	X			X	X
Saladin (1980)		X	X			X		X	X			X	X		X		
Saladin (1983)			X			X		X					X				
Kwak and Leavitt (1984)		X	X			X			X				X				
Taylor III et al. (1985)		X	X		X				X			X				X	
Taylor III et al. (1985)	X				X				X								
Kern (1989)		X	X			X		X					X		X		

Table A.1 continued from previous page

Referencia	Planteamiento del problema			Propósito de la programación				Metodologías de solución				Objetivo de optimización					
	Rutas	Cuadrantes	Horarios	Crímenes	Accidentes tránsito	Atención de Llamadas	Intercepción de incidentes	Simulación	Método exacto	Heurística	Meta heurística	Número de patrullas	Costo de viaje	Cobertura	Tiempo de respuesta	índices de riesgo	Multi-criterio
Birge and Pollock (1989)		X				X		X	X					X	X		
Green and Kolesar (1989)		X	X			X		X				X	X		X		
Marangos (1993)			X						X	X		X					
D'Amico et al. (2002)		X				X					X	X			X		
Melo et al. (2005)	X			X				X									X
Curtin et al. (2005)		X				X		X							X	X	
Ruan et al. (2005)	X	X		X		X		X		X			X				
Furtado and Vasconcelos (2006)	X		X	X				X								X	
Reis et al. (2006b)	X			X				X			X					X	
Reis et al. (2006a)	X			X				X			X					X	
Sharma et al. (2007)	X		X		X				X			X					X
Moonen et al. (2007)		X		X		X	X		X				X				
Chawathe (2007)	X			X					X	X			X	X			
Ng (2007)	X					X			X						X		
Lauri and Koukam (2008)	X			X							X			X			
Szakas et al. (2008)	X			X		X		X						X	X		
Huang and Wang (2009)	X			X		X			X		X	X	X				
Pal et al. (2009a)		X	X		X		X		X		X	X				X	X
Pal et al. (2009b)		X	X		X		X		X			X				X	
Su et al. (2010)	X	X			X				X			X		X			
Steil (2010)	X				X			X	X					X	X		
Curtin et al. (2010)	X	X				X			X					X			
Muttitanona and Porncharoen (2010)	X						X		X				X				
Wu and Lou (2010)			X		X			X	X			X					
Lau et al. (2010)		X				X			X		X	X				X	
Chen and Yum (2010)	X	X		X						X					X		
Kamnuansak (2011)	X		X	X					X			X	X				
Lou et al. (2011)		X			X				X	X	X				X		
Irvan et al. (2011)	X			X				X			X					X	
Godoy et al. (2011)	X				X		X	X				X	X				
Sutanto (2011)	X			X				X	X		X					X	
Steil et al. (2011)	X		X		X	X		X							X	X	
Takamiya and Watanabe (2011)	X				X	X				X					X		
Li et al. (2011)	X	X		X					X	X						X	
Alpern et al. (2011)	X						X	X						X			

Table A.1 continued from previous page

Referencia	Planteamiento del problema			Propósito de la programación				Metodologías de solución				Objetivo de optimización					
	Rutas	Cuadrantes	Horarios	Crímenes	Accidentes tránsito	Atención de Llamadas	Intercepción de incidentes	Simulación	Método exacto	Heurística	Meta heurística	Número de patrullas	Costo de viaje	Cobertura	Tiempo de respuesta	índices de riesgo	Multi-criterio
Aguirre and Taboada (2012a)	X						X	X	X		X	X	X	X			X
Pal et al. (2012)		X	X		X		X		X		X					X	
Aguirre and Taboada (2012b)	X			X			X		X		X	X	X	X			X
Keskin et al. (2012)	X		X		X				X		X		X	X			
Zhang and Brown (2012)		X				X		X				X			X		
Lau and Gunawan (2012)	X		X				X		X				X				
Kuo et al. (2012)	X			X	X				X				X				
Zhang et al. (2013)		X	X			X		X	X				X		X		X
Lin et al. (2013)	X		X				X		X	X			X				
Koper et al. (2013)	X		X			X	X	X								X	
TAWFIK et al. (2013)	X			X					X			X					
Ordóñez et al. (2013)			X	X			X		X				X			X	
Devia and Weber (2013)	X		X	X				X				X				X	
Gutierrez et al. (2013)	X						X	X			X	X				X	
Zhang and Brown (2013)		X				X		X				X			X		
Chen (2013)	X			X		X		X		X		X				X	
Varakantham et al. (2013)			X	X					X				X				
Kuo et al. (2013)	X			X	X				X				X				
Srinivasan et al. (2013)		X	X			X		X				X			X		
Gutierrez (2014)	X						X	X			X	X	X			X	
Li and Keskin (2014)	X		X		X				X	X		X		X			X
Yang et al. (2014)		X				X			X			X			X		
Wu and Lou (2014)		X	X		X			X		X		X			X		
Adler et al. (2014)	X	X	X		X	X			X					X	X		
Lin et al. (2014)	X			X					X							X	
Zhao and Li (2014)		X			X						X		X				
Lau et al. (2014)			X		X				X				X				
Watanabe and Takamiya (2014)	X				X	X				X					X		
Zhang and Brown (2014a)	X					X		X			X	X			X		X
Zhang and Brown (2014b)	X					X		X		X		X			X		X
Bucarey López (2014)	X			X					X	X			X				
Camacho and Liberatore (2015)		X		X		X			X	X		X					
Dewil et al. (2015)	X		X		X				X				X				
Camacho-Collados et al. (2015)		X		X					X		X	X					
Hsieh et al. (2015)	X		X	X					X		X	X		X			

Table A.1 continued from previous page

Referencia	Planteamiento del problema			Propósito de la programación				Metodologías de solución				Objetivo de optimización						
	Rutas	Cuadrantes	Horarios	Crímenes	Accidentes tránsito	Atención de Llamadas	Intercepción de incidentes	Simulación	Método exacto	Heurística	Meta heurística	Número de patrullas	Costo de viaje	Cobertura	Tiempo de respuesta	índices de riesgo	Multi-criterio	
Çapar et al. (2015)	X				X				X					X				
Demirdöğen et al. (2015)		X		X					X					X				
Chen et al. (2015)	X			X				X			X	X		X				
Zhang et al. (2015)		X	X	X				X								X		
Auad and Batta (2015)	X		X	X					X		X			X				
Oliveira et al. (2015)	X			X						X			X					
Sugiura et al. (2015)	X				X				X			X	X					
Calvo et al. (2015)	X			X		X				X		X	X					
Todovic et al. (2015)			X		X				X			X						
Liberatore and Camacho (2016)		X		X							X	X						
Espejo et al. (2016)		X					X	X	X							X		
Holguin-De La Cruz (2016)		X		X				X				X			X			
Azimi and Bashiri (2016)	X			X					X		X	X	X					
Chen and Cheng (2016)	X			X					X				X					
Zhang (2016)		X	X	X			X	X	X	X						X		
Lau et al. (2016)			X	X					X				X	X				
Camacho Collados (2016)		X		X					X		X	X						
Camacho et al. (2016)		X		X		X		X				X						
Clempner (2017)	X						X	X	X							X		
Furtado and Vasconcelos (2006)	X		X	X				X								X		
Muaafa and Ramirez-Marquez (2017)	X			X			X				X	X					X	
Hohzaki and Sakai (2017)	X						X	X				X						
Alpern et al. (2017)	X		X				X	X				X		X				
Calderín et al. (2017)	X			X				X			X			X				
Holguin-De La Cruz (2017)	X					X		X				X						

## APÉNDICE B

### Resultados índice criminal — barrios ordenados alfabeticamente

BARRIO	Actividad delictiva	Percepción ciudadana	PELIGRO	Población expuesta	Capacidad de respuesta	VULNERABILIDAD	INDICE CRIMINAL
1 DE MAYO	0.90	2.80	1.90	1.60	5.20	3.60	2.8
20 DE JULIO	1.30	8.60	6.10	2.00	9.10	6.80	6.5
7 DE ABRIL	0.90	6.10	4.00	6.30	5.40	5.90	5.0
7 DE AGOSTO	0.90	3.30	2.20	3.60	9.70	7.90	5.8
ABAJO	1.20	6.10	4.10	7.50	5.10	6.50	5.4
ALBORAYA	1.20	4.50	3.00	3.70	4.30	4.00	3.5
ALFONSO LOPEZ	1.10	4.70	3.10	2.90	3.20	3.10	3.1
ALTOS DE RIOMAR	1.20	3.20	2.30	4.00	5.30	4.70	3.6
ALTOS DEL PRADO	1.20	5.40	3.60	8.30	3.50	6.50	5.2
ANDALUCIA	2.00	4.50	3.40	3.30	7.00	5.40	4.5
ATLANTICO	1.00	4.50	2.90	3.60	3.90	3.80	3.4
BARLOVENTO	3.00	3.20	3.10	1.30	6.40	4.30	3.7
BARRANQUILLITA	9.00	8.60	8.80	1.00	7.70	5.20	7.4
BELLA ARENA	1.20	5.40	3.60	1.70	2.60	2.20	2.9
BELLAVISTA	3.10	7.50	5.70	1.70	3.00	2.40	4.2
BOLICHE	1.10	4.50	3.00	2.40	7.80	5.70	4.5

BOSTON	1.10	5.20	3.40	8.60	3.60	6.80	5.3
BOYACA	1.00	4.50	2.90	2.40	2.70	2.60	2.8
BUENOS AIRES	1.20	4.10	2.80	2.10	1.60	1.90	2.4
CAMPO ALEGRE	3.30	6.10	4.90	1.20	5.20	3.50	4.2
CARLOS MEISEL	0.90	4.50	2.90	3.80	2.40	3.10	3.0
CARRIZAL	0.90	6.10	4.00	7.80	2.10	5.60	4.9
CENTRO	1.50	6.10	4.20	8.70	5.60	7.50	6.1
CEVILLAR	1.30	4.50	3.10	2.80	3.30	3.10	3.1
CHIQUEQUIRA	1.20	5.40	3.60	3.40	4.80	4.10	3.9
CIUDAD JARDIN	2.70	6.10	4.60	2.40	5.60	4.20	4.4
CIUDAD MODESTO	1.20	6.10	4.10	2.30	6.50	4.70	4.4
CIUADADELA 20 DE JULIO	0.90	4.10	2.60	9.20	3.40	7.30	5.4
CORDIALIDAD	0.90	4.50	2.90	4.90	8.50	7.10	5.4
DELICIAS	1.40	5.20	3.50	5.40	3.40	4.50	4.0
EL BOSQUE	1.00	4.50	2.90	6.10	7.80	7.00	5.3
EL CAMPITO	1.10	4.50	3.00	2.10	5.00	3.70	3.4
EL CARMEN	1.20	6.10	4.10	4.50	3.70	4.10	4.1
EL CASTILLO	1.10	6.10	4.00	1.70	7.30	5.10	4.6
EL COUNTRY	3.40	4.10	3.80	4.20	4.20	4.20	4.0
EL FERRY	6.20	4.50	5.40	1.10	6.00	4.00	4.7
EL GOLF	1.20	6.30	4.20	5.30	4.30	4.80	4.5
EL LIMON	1.60	4.50	3.20	3.10	3.70	3.40	3.3
EL PARAISO	1.20	4.60	3.10	3.70	6.20	5.10	4.2
EL POBLADO	1.30	3.20	2.30	8.00	2.90	6.10	4.5
EL PORVENIR	1.70	3.90	2.90	8.00	4.20	6.50	5.0
EL RECREO	1.10	4.10	2.70	4.30	5.40	4.90	3.9
EL SANTUARIO	1.10	4.50	3.00	3.90	3.50	3.70	3.4
EL SILENCIO	1.10	5.20	3.40	3.80	1.30	2.60	3.0
EL TABOR	1.30	5.20	3.50	3.40	2.80	3.10	3.3
EL VALLE	0.90	4.60	3.00	6.50	5.10	5.80	4.5
EVARISTO SOURDIS	2.10	4.10	3.20	3.20	7.40	5.70	4.6
GRANADILLO	2.10	4.60	3.50	5.80	4.10	5.00	4.3
JOSE ANTONIO GALAN	0.90	6.30	4.10	3.50	3.20	3.40	3.8
LA CAMPIÑA	2.70	4.50	3.70	3.30	3.60	3.50	3.6

---

LA CEIBA	0.90	4.50	2.90	5.20	5.40	5.30	4.2
LA CHINITA	0.90	4.10	2.60	7.00	3.80	5.60	4.3
LA CONCEPCION	1.10	5.50	3.60	8.40	4.50	6.90	5.5
LA CUMBRE	1.30	4.50	3.10	2.20	5.70	4.20	3.7
LA ESMERALDA	1.00	5.20	3.40	3.20	4.70	4.00	3.7
LA FLORESTA	0.90	4.10	2.60	3.90	8.70	6.90	5.1
LA FLORIDA	3.70	4.10	3.90	1.10	4.40	2.90	3.4
LA LUZ	1.30	4.10	2.80	2.90	6.20	4.80	3.9
LA MAGDALENA	1.40	7.50	5.20	2.30	3.60	3.00	4.2
LA MANGA	1.80	7.50	5.30	1.60	5.80	4.00	4.7
LA PAZ	1.20	4.10	2.80	3.40	7.50	5.80	4.5
LA PRADERA	1.10	4.50	3.00	3.90	5.50	4.80	4.0
LA SIERRA	0.90	7.50	5.00	3.90	5.30	4.60	4.8
LA SIERRITA	1.00	5.20	3.40	4.10	5.10	4.60	4.0
LA TERRAZA	1.50	5.50	3.80	1.40	4.70	3.20	3.5
LA UNION	5.80	5.20	5.50	1.40	4.60	3.20	4.4
LA VICTORIA	1.20	4.10	2.80	3.20	3.80	3.50	3.2
LAS AMERICAS	0.90	5.50	3.50	8.00	5.30	6.90	5.4
LAS ESTRELLAS	2.70	5.00	3.90	1.70	4.70	3.30	3.6
LAS FLORES	1.30	5.20	3.50	3.20	7.10	5.50	4.6
LAS MERCEDES	1.50	5.50	3.80	6.10	4.70	5.40	4.6
LAS NIEVES	1.10	5.20	3.40	5.00	3.60	4.30	3.9
LAS PALMAS	1.20	4.90	3.30	2.40	4.40	3.50	3.4
LAS TORRES	1.30	3.20	2.30	1.80	4.80	3.40	2.9
LIMONCITO	1.20	4.90	3.30	2.80	7.10	5.30	4.4
LIPAYA	0.90	3.20	2.10	3.80	6.00	5.00	3.7
LOS ANDES	1.30	3.00	2.20	3.40	5.10	4.30	3.3
LOS JOBOS	1.10	6.70	4.50	2.10	4.50	3.40	4.0
LOS MILAGROS	0.90	2.70	1.80	2.20	3.80	3.00	2.4
LOS NOGALES	1.50	3.80	2.70	2.40	6.10	4.50	3.7
LOS OLIVOS	1.20	2.60	1.90	4.20	5.40	4.80	3.5
LOS PINOS	1.40	4.10	2.90	1.80	5.10	3.60	3.3
LOS TRUPILLOS	1.10	2.20	1.70	3.00	3.20	3.10	2.4
LUCERO	1.10	3.90	2.60	3.50	5.70	4.70	3.7

---



MARIA MODELO	1.10	3.80	2.60	2.80	4.30	3.60	3.1
MEQUEJO	1.40	2.20	1.80	1.90	3.60	2.80	2.3
MERCEDES SUR	1.50	3.90	2.80	2.00	3.30	2.70	2.8
MODELO	10.00	2.20	8.00	1.60	5.20	3.60	6.3
MONTES	1.20	3.30	2.30	4.10	2.00	3.10	2.7
NUEVA COLOMBIA	1.30	2.40	1.90	2.50	2.70	2.60	2.3
NUEVA GRANADA	1.10	2.30	1.70	2.80	3.90	3.40	2.6
NUEVO HORIZONTE	1.10	2.70	1.90	2.90	4.80	3.90	3.0
OLAYA	1.20	2.50	1.90	3.70	3.50	3.60	2.8
PASADENA	5.80	2.30	4.30	1.10	4.00	2.70	3.5
POR FIN	2.00	3.30	2.70	1.60	5.80	4.00	3.4
PRADO	1.30	3.00	2.20	8.20	1.30	5.80	4.2
PUEBLO	1.20	2.50	1.90	2.30	9.30	7.10	5.0
REBOLO	1.00	2.50	1.80	8.00	5.40	6.90	4.8
RIOMAR	1.60	2.30	2.00	3.70	5.30	4.50	3.4
SAN FELIPE	1.30	2.70	2.00	3.10	2.80	3.00	2.5
SAN FRANCISCO	1.10	2.50	1.80	3.30	2.70	3.00	2.4
SAN ISIDRO	1.40	2.70	2.10	2.10	4.30	3.30	2.7
SAN JOSE	1.30	2.80	2.10	3.60	2.40	3.00	2.6
SAN LUIS	1.40	2.30	1.90	2.10	8.10	5.90	4.2
SAN NICOLAS	1.20	2.70	2.00	1.90	1.70	1.80	1.9
SAN PEDRO	4.60	2.50	3.60	1.90	8.40	6.10	5.0
SAN SALVADOR	1.30	2.70	2.00	2.80	7.50	5.60	4.0
SANTA ANA	1.70	2.70	2.20	1.90	3.80	2.90	2.6
SANTA HELENA	1.00	4.70	3.10	2.70	3.20	3.00	3.1
SANTA MARIA	1.10	2.30	1.70	3.40	7.20	5.60	3.9
SANTA MONICA	1.60	5.20	3.60	4.90	3.60	4.30	4.0
SANTO DOMINGO	1.30	5.20	3.50	2.90	7.10	5.40	4.5
SIAPE	5.40	4.50	5.00	1.20	7.30	5.00	5.0
SIMON BOLIVAR	1.10	5.50	3.60	4.50	0.00	2.50	3.1
TAYRONA	2.70	5.50	4.20	1.40	4.30	3.00	3.6
TERMINAL MARITIMO	3.50	5.20	4.40	1.20	10.00	7.80	6.4
UNIVERSAL	0.90	5.20	3.30	3.00	3.30	3.20	3.3
VILLA BLANCA	1.40	5.20	3.50	1.90	2.60	2.30	2.9

---

VILLA NUEVA	6.60	5.50	6.10	1.80	9.20	6.90	6.5
VILLA SANTOS	1.70	5.50	3.80	3.00	1.20	2.10	3.0

---

## APÉNDICE C

### Matriz de correlaciones

	Homicidios	Hurto a personas	Hurto automotores	Hurto comercio	Hurto motos	Lesiones Personales	Actividades Delictivas	No se siente seguro	Ha sido victima de delitos	No se siente protegido por autoridades	Percepción	PELIGRO	Densidad Poblacional	Afluencia de personas a puntos de interes	Poblacion expuesta	Tiempo de viaje entre incidentes y autoridades	Capacidad de respuesta	VULNERABILIDAD	INDICE CRIMINAL
Homicidios	1.00	0.73	0.42	0.67	0.63	0.95	0.91	0.02	-0.03	-0.01	0.00	0.27	-0.34	-0.21	-0.33	0.27	0.27	0.02	0.37
Hurto a personas	0.73	1.00	0.77	0.84	0.85	0.81	0.92	0.04	0.03	0.10	0.09	0.08	-0.56	-0.07	-0.37	0.08	0.08	-0.16	0.27
Hurto automotores	0.42	0.77	1.00	0.62	0.63	0.55	0.68	0.06	0.04	0.05	0.07	0.03	-0.41	-0.07	-0.28	0.03	0.03	-0.18	0.19
Hurto comercio	0.67	0.84	0.62	1.00	0.83	0.71	0.86	0.07	0.01	0.15	0.15	0.23	-0.40	-0.07	-0.26	0.23	0.23	0.07	0.45
Hurto motos	0.63	0.85	0.63	0.83	1.00	0.68	0.85	-0.01	0.03	0.11	0.08	0.19	-0.36	-0.19	-0.34	0.19	0.19	-0.04	0.35
Lesiones Personales	0.95	0.81	0.55	0.71	0.68	1.00	0.94	0.06	-0.02	0.01	0.04	0.21	-0.39	-0.20	-0.35	0.21	0.21	-0.04	0.35
Actividades Delictivas	0.91	0.92	0.68	0.86	0.85	0.94	1.00	0.04	0.00	0.06	0.06	0.23	-0.45	-0.18	-0.37	0.23	0.23	-0.03	0.40
No se siente seguro	0.02	0.04	0.06	0.07	-0.01	0.06	0.04	1.00	-0.27	0.34	0.73	-0.02	0.04	0.08	0.09	-0.02	-0.02	0.05	0.32
Ha sido victima de delitos	-0.03	0.03	0.04	0.01	0.03	-0.02	0.00	-0.27	1.00	0.05	0.00	0.05	0.06	-0.03	0.01	0.05	0.05	0.06	0.05
No se siente protegido por autoridades	-0.01	0.10	0.05	0.15	0.11	0.01	0.06	0.34	0.05	1.00	0.88	0.07	0.02	0.00	0.02	0.07	0.07	0.08	0.42
Percepción	0.00	0.09	0.07	0.15	0.08	0.04	0.06	0.73	0.00	0.88	1.00	0.04	0.04	0.04	0.06	0.04	0.04	0.09	0.47
PELIGRO	0.27	0.08	0.03	0.23	0.19	0.21	0.23	-0.02	0.05	0.07	0.04	1.00	-0.07	-0.22	-0.20	1.00	1.00	0.68	0.64
Densidad Poblacional	-0.34	-0.56	-0.41	-0.40	-0.36	-0.39	-0.45	0.04	0.06	0.02	0.04	-0.07	1.00	0.12	0.69	-0.07	-0.07	0.41	0.19
Afluencia de personas a puntos de interes	-0.21	-0.07	-0.07	-0.07	-0.19	-0.20	-0.18	0.08	-0.03	0.00	0.04	-0.22	0.12	1.00	0.78	-0.23	-0.22	0.39	0.25
Poblacion expuesta	-0.33	-0.37	-0.28	-0.26	-0.34	-0.35	-0.37	0.09	0.01	0.02	0.06	-0.20	0.69	0.78	1.00	-0.20	-0.20	0.56	0.33
Tiempo de viaje entre incidentes y autoridades	0.27	0.08	0.03	0.23	0.19	0.21	0.23	-0.02	0.05	0.07	0.04	1.00	-0.07	-0.23	-0.20	1.00	1.00	0.68	0.64
Capacidad de respuesta	0.27	0.08	0.03	0.23	0.19	0.21	0.23	-0.02	0.05	0.07	0.04	1.00	-0.07	-0.22	-0.20	1.00	1.00	0.68	0.64
VULNERABILIDAD	0.02	-0.16	-0.18	0.07	-0.04	-0.04	-0.03	0.05	0.06	0.08	0.09	0.68	0.41	0.39	0.56	0.68	0.68	1.00	0.82
INDICE CRIMINAL	0.37	0.27	0.19	0.45	0.35	0.35	0.40	0.32	0.05	0.42	0.47	0.64	0.19	0.25	0.33	0.64	0.64	0.82	1.00

Figura C.1: Matriz de correlaciones

El elemento  $i, j$  es igual al coeficiente de correlación de Pearson entre las variables de la  $i$ -ésima fila y de la  $j$ -ésima columna.

## **APÉNDICE D**

### **Matrices de Tiempos de Viaje Caso de Estudio**

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
0	-	5.04	4.93	5.33	2.46	2.37	3.74	3.23	5.50	7.36	5.28	4.41	6.97	6.97	5.87	5.15	5.15	5.15	4.50	9.26	9.26	3.21	0.76
1	5.01	-	7.56	5.84	3.46	5.39	4.25	4.66	6.22	11.73	9.65	8.39	8.85	8.85	6.59	9.52	9.52	9.52	5.63	13.64	13.64	2.43	4.26
2	5.12	8.41	-	5.55	6.48	5.93	5.05	5.15	3.18	4.85	2.78	1.51	10.66	10.66	3.09	2.65	2.65	2.65	3.94	6.76	6.76	7.36	5.86
3	5.23	5.98	5.08	-	4.39	3.84	1.96	3.05	3.73	8.28	6.20	4.76	11.65	11.65	2.49	6.07	6.07	6.07	3.43	10.19	10.19	5.27	5.99
4	2.59	3.66	6.12	4.61	-	2.70	3.02	2.51	4.78	9.91	7.84	6.95	9.18	9.18	5.15	7.71	7.71	7.71	3.97	11.82	11.82	1.65	3.30
5	2.56	5.90	5.55	4.04	2.76	-	2.89	1.81	3.74	9.72	7.64	6.38	9.50	9.50	4.58	7.51	7.51	7.51	2.71	11.63	11.63	3.91	3.32
6	3.75	4.21	4.28	1.78	2.91	2.50	-	1.72	2.94	8.45	6.37	5.11	9.88	9.88	3.31	6.24	6.24	6.24	2.35	10.36	10.36	3.68	4.51
7	3.32	4.99	4.61	3.10	2.47	1.74	1.74	-	3.27	8.78	6.71	5.44	10.26	10.26	3.64	6.57	6.57	6.57	1.77	10.69	10.69	3.94	4.07
8	5.74	6.82	2.94	3.97	4.89	3.78	3.46	3.56	-	7.10	5.03	3.76	12.59	12.59	2.08	4.90	4.90	4.90	2.15	9.01	9.01	5.77	6.49
9	7.89	12.90	5.19	9.14	10.32	10.22	9.56	9.65	7.69	-	5.15	4.68	13.43	13.43	7.60	2.30	2.30	2.30	8.45	3.96	3.96	11.06	8.62
10	5.59	10.60	2.89	6.84	8.02	7.92	7.26	7.35	5.39	5.07	-	2.38	11.13	11.13	5.30	2.99	2.99	2.99	6.15	6.98	6.98	8.76	6.32
11	4.74	9.36	1.64	5.36	7.17	6.89	6.01	6.10	4.14	4.47	2.39	-	10.28	10.28	4.05	2.26	2.26	2.26	4.90	6.38	6.38	7.91	5.47
12	5.82	7.46	9.40	10.58	7.80	8.16	8.99	9.02	11.18	11.82	9.75	8.88	-	0.00	11.55	9.62	9.62	9.62	10.29	13.73	13.73	7.31	5.96
13	5.82	7.46	9.40	10.58	7.80	8.16	8.99	9.02	11.18	11.82	9.75	8.88	0.00	-	11.55	9.62	9.62	9.62	10.29	13.73	13.73	7.31	5.96
14	6.05	7.14	2.88	2.52	5.21	4.66	3.78	3.87	2.07	7.05	4.97	3.71	12.86	12.86	-	4.84	4.84	4.84	2.67	8.95	8.95	6.09	6.81
15	5.59	10.60	2.89	6.84	8.02	7.92	7.26	7.35	5.39	2.21	3.08	2.38	11.13	11.13	5.30	-	0.00	0.00	6.15	4.12	4.12	8.76	6.32
16	5.59	10.60	2.89	6.84	8.02	7.92	7.26	7.35	5.39	2.21	3.08	2.38	11.13	11.13	5.30	0.00	-	0.00	6.15	4.12	4.12	8.76	6.32
17	5.59	10.60	2.89	6.84	8.02	7.92	7.26	7.35	5.39	2.21	3.08	2.38	11.13	11.13	5.30	0.00	0.00	-	6.15	4.12	4.12	8.76	6.32
18	4.63	6.03	3.44	3.41	4.02	2.65	2.68	1.86	2.10	7.61	5.53	4.27	11.57	11.57	2.47	5.40	5.40	5.40	-	9.51	9.51	4.99	5.39
19	9.75	14.77	7.06	11.00	12.18	12.09	11.42	11.52	9.55	3.95	7.02	6.54	15.29	15.29	9.46	4.17	4.17	4.17	10.31	-	0.00	12.93	10.49
20	9.75	14.77	7.06	11.00	12.18	12.09	11.42	11.52	9.55	3.95	7.02	6.54	15.29	15.29	9.46	4.17	4.17	4.17	10.31	0.00	-	12.93	10.49
21	3.56	2.19	6.50	4.78	1.64	3.94	3.19	3.60	5.16	10.67	8.59	7.33	8.68	8.68	5.53	8.46	8.46	8.46	4.56	12.57	12.57	-	2.81
22	0.76	4.28	5.66	6.09	3.07	3.13	4.50	3.99	6.25	8.09	6.02	5.15	7.10	7.10	6.63	5.89	5.89	5.89	5.26	10.00	10.00	2.58	-

Figura D.1: Matriz de tiempos de viaje escenario 1 (minutos)

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
0	-	9.06	9.06	5.15	5.15	4.04	4.04	2.24	1.1	1.69	1.69	1.69	3.01	3.01	3.19	2.8	3.23	4.85	5.05	5.05	3.49	1.27	7.06	6.97	2.18
1	9.06	-	0	5.32	5.32	11.6	11.6	9.18	10.1	8.44	8.44	8.44	8.1	8.1	9.53	11.6	12.2	7.07	6.42	6.42	9.74	9.87	2.15	4.34	8.15
2	9.06	0	-	5.32	5.32	11.6	11.6	9.18	10.1	8.44	8.44	8.44	8.1	8.1	9.53	11.6	12.2	7.07	6.42	6.42	9.74	9.87	2.15	4.34	8.15
3	5.22	5.32	5.32	-	0	9.19	9.19	6.15	6.25	4.61	4.61	4.61	4.27	4.27	7.15	7.95	8.38	7.69	5.08	5.08	6.7	6.42	3.17	4.61	5.24
4	5.22	5.32	5.32	0	-	9.19	9.19	6.15	6.25	4.61	4.61	4.61	4.27	4.27	7.15	7.95	8.38	7.69	5.08	5.08	6.7	6.42	3.17	4.61	5.24
5	3.29	10.9	10.9	8.36	8.36	-	0	4.64	2.42	4.9	4.9	4.9	5.41	5.41	2.41	4.47	2.47	5.06	7.13	7.13	5.9	3.67	10.3	9.22	4.58
6	3.29	10.9	10.9	8.36	8.36	0	-	4.64	2.42	4.9	4.9	4.9	5.41	5.41	2.41	4.47	2.47	5.06	7.13	7.13	5.9	3.67	10.3	9.22	4.58
7	2.64	9.46	9.46	5.82	5.82	5.8	5.8	-	2.86	4.26	4.26	4.26	2.69	2.69	5.08	2.77	4.44	7.42	6.92	6.92	1.48	2.2	7.73	7.65	1.87
8	0.87	9.76	9.76	5.94	5.94	2.95	2.95	2.22	-	2.49	2.49	2.49	2.99	2.99	2.23	2.79	2.13	4.87	5.84	5.84	3.48	1.26	7.85	7.77	2.17
9	1.86	8.45	8.45	4.54	4.54	5.47	5.47	4.03	2.89	-	0	0	3.19	3.19	3.61	4.59	4.65	4.51	3.44	3.44	5.28	3.06	6.45	6.06	3.97
10	1.86	8.45	8.45	4.54	4.54	5.47	5.47	4.03	2.89	0	-	0	3.19	3.19	3.61	4.59	4.65	4.51	3.44	3.44	5.28	3.06	6.45	6.06	3.97
11	1.86	8.45	8.45	4.54	4.54	5.47	5.47	4.03	2.89	0	0.0	-	3.19	3.19	3.61	4.59	4.65	4.51	3.44	3.44	5.28	3.06	6.45	6.06	3.97
12	3.54	8.12	8.12	4.2	4.2	6.8	6.8	2.92	3.85	3.2	3.2	3.2	-	0	6.08	5.29	5.98	7.51	5.31	5.31	3.47	3.61	6.12	6.03	2.01
13	3.54	8.12	8.12	4.2	4.2	6.8	6.8	2.92	3.85	3.2	3.2	3.2	0	-	6.08	5.29	5.98	7.51	5.31	5.31	3.47	3.61	6.12	6.03	2.01
14	2.64	9.00	9	6.42	6.42	2.49	2.49	4	1.78	3.35	3.35	3.35	4.76	4.76	-	4.56	2.98	2.71	4.78	4.78	5.25	3.03	8.34	7.22	3.94
15	2.8	11.6	11.6	7.88	7.88	4.51	4.51	2.77	3.02	4.42	4.42	4.42	4.8	4.8	4.94	-	2.23	7.58	7.78	7.78	2.47	1.75	9.79	9.7	3.97
16	2.83	11.7	11.7	7.91	7.91	2.47	2.47	4.19	1.97	4.45	4.45	4.45	4.95	4.95	2.9	2.19	-	5.54	7.62	7.62	4.38	2.87	9.82	9.73	4.13
17	4.75	6.47	6.47	7.12	7.12	5.13	5.13	6.63	4.41	4.34	4.34	4.34	7.06	7.06	2.7	7.2	5.62	-	3.93	3.93	7.89	5.66	6.11	4.74	6.58
18	5.08	6.44	6.44	5.06	5.06	7.32	7.32	7.12	6.11	3.44	3.44	3.44	5.24	5.24	4.89	7.81	7.81	3.94	-	0	7.68	6.28	4.66	2.66	6.21
19	5.08	6.44	6.44	5.06	5.06	7.32	7.32	7.12	6.11	3.44	3.44	3.44	5.24	5.24	4.89	7.81	7.81	3.94	0	-	7.68	6.28	4.66	2.66	6.21
20	3.98	10.2	10.2	6.52	6.52	6.58	6.58	1.48	4.19	5.51	5.51	5.51	3.39	3.39	6.41	2.47	4.43	8.75	7.62	7.62	-	2.74	8.43	8.34	2
21	1.32	9.89	9.89	6.25	6.25	4.16	4.16	2.2	1.53	2.94	2.94	2.94	3.12	3.12	3.76	1.75	2.87	6.1	6.3	6.3	2.74	-	8.16	8.08	2.3
22	7.06	2.15	2.15	3.17	3.17	11	11	7.87	8.08	6.44	6.44	6.44	6.10	6.1	8.61	9.79	10.2	6.49	4.66	4.66	8.43	8.26	-	2.76	6.84
23	6.96	4.3	4.3	4.61	4.61	9.67	9.67	7.89	7.99	6.06	6.06	6.06	6	6	7.26	9.69	10.1	5.09	2.66	2.66	8.44	8.16	2.72	-	6.98
24	2.73	8.6	8.6	5.05	5.05	5.89	5.89	2.01	2.94	4.04	4.04	4.04	1.92	1.92	5.16	4.17	5.07	7.5	6.15	6.15	2	2.7	6.96	6.88	-

Figura D.2: Matriz de tiempos de viaje escenario 2 (minutos)

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38
0	-	4.9	4.9	3.2	3.2	3.2	6.9	6.2	7.6	7.6	7.6	2.6	3.3	3.3	3.0	3.0	3.0	7.2	3.9	4.0	6.0	3.8	4.2	4.2	8.6	8.6	7.0	5.5	4.0	5.0	5.0	0.8	0.8	0.8	5.1	2.3	7.4	3.4	7.2
1	5.3	-	0.0	7.0	7.0	7.0	11.1	1.9	3.2	3.2	3.2	4.2	3.0	3.0	6.0	6.0	6.0	10.4	8.4	8.5	10.7	7.0	7.2	7.2	11.8	11.8	11.2	3.8	3.2	2.1	2.1	4.7	4.7	4.7	9.3	5.2	10.6	4.8	10.3
2	5.3	0.0	-	7.0	7.0	7.0	11.1	1.9	3.2	3.2	3.2	4.2	3.0	3.0	6.0	6.0	6.0	10.4	8.4	8.5	10.7	7.0	7.2	7.2	11.8	11.8	11.2	3.8	3.2	2.1	2.1	4.7	4.7	4.7	9.3	5.2	10.6	4.8	10.3
3	3.5	7.5	7.5	-	0.0	0.0	4.5	9.2	10.2	10.2	10.2	5.6	5.5	5.5	4.2	4.2	4.2	6.7	2.4	2.3	4.5	1.8	5.2	5.2	6.6	6.6	4.6	8.0	7.1	8.2	8.2	3.4	3.4	3.4	2.7	5.8	6.3	6.9	7.0
4	3.5	7.5	7.5	0.0	-	0.0	4.5	9.2	10.2	10.2	10.2	5.6	5.5	5.5	4.2	4.2	4.2	6.7	2.4	2.3	4.5	1.8	5.2	5.2	6.6	6.6	4.6	8.0	7.1	8.2	8.2	3.4	3.4	3.4	2.7	5.8	6.3	6.9	7.0
5	3.5	7.5	7.5	0.0	0.0	-	4.5	9.2	10.2	10.2	10.2	5.6	5.5	5.5	4.2	4.2	4.2	6.7	2.4	2.3	4.5	1.8	5.2	5.2	6.6	6.6	4.6	8.0	7.1	8.2	8.2	3.4	3.4	3.4	2.7	5.8	6.3	6.9	7.0
6	7.6	11.7	11.7	4.9	4.9	4.9	-	13.3	14.3	14.3	14.3	9.8	9.7	9.7	9.0	9.0	9.0	5.2	5.3	3.6	4.1	6.6	8.9	8.9	4.6	4.6	2.5	12.2	11.3	11.1	11.1	7.5	7.5	7.5	2.6	9.9	4.2	11.0	5.3
7	6.9	1.9	1.9	8.7	8.7	8.7	12.8	-	2.2	2.2	2.2	5.7	4.7	4.7	7.7	7.7	7.7	11.3	10.0	10.2	12.2	8.7	8.1	8.1	12.7	12.7	12.8	5.5	4.7	3.0	3.0	6.3	6.3	6.3	11.0	6.1	11.5	5.7	11.3
8	8.1	3.3	3.3	9.8	9.8	9.8	13.9	2.4	-	0.0	0.0	7.1	5.2	5.2	8.1	8.1	8.1	13.2	11.2	11.3	13.5	9.1	10.0	10.0	14.6	14.6	14.0	6.0	6.1	4.9	4.9	7.6	7.6	7.6	12.1	8.0	13.4	7.6	13.1
9	8.1	3.3	3.3	9.8	9.8	9.8	13.9	2.4	0.0	-	0.0	7.1	5.2	5.2	8.1	8.1	8.1	13.2	11.2	11.3	13.5	9.1	10.0	10.0	14.6	14.6	14.0	6.0	6.1	4.9	4.9	7.6	7.6	7.6	12.1	8.0	13.4	7.6	13.1
10	8.1	3.3	3.3	9.8	9.8	9.8	13.9	2.4	0.0	0.0	-	7.1	5.2	5.2	8.1	8.1	8.1	13.2	11.2	11.3	13.5	9.1	10.0	10.0	14.6	14.6	14.0	6.0	6.1	4.9	4.9	7.6	7.6	7.6	12.1	8.0	13.4	7.6	13.1
11	2.8	4.0	4.0	5.3	5.3	5.3	9.0	5.3	6.8	6.8	6.8	-	2.6	2.6	5.1	5.1	5.1	8.8	6.0	6.1	8.3	5.9	5.8	5.8	10.2	10.2	9.1	4.8	1.5	3.0	3.0	2.3	2.3	2.3	7.2	3.8	9.0	2.4	8.8
12	3.6	3.2	3.2	5.2	5.2	5.2	9.3	4.8	5.2	5.2	5.2	2.7	-	0.0	3.2	3.2	3.2	10.4	6.6	6.7	9.0	4.4	7.4	7.4	11.4	11.4	9.4	2.7	4.2	4.8	4.8	3.1	3.1	3.1	7.5	5.5	10.6	4.8	10.4
13	3.6	3.2	3.2	5.2	5.2	5.2	9.3	4.8	5.2	5.2	5.2	2.7	0.0	-	3.2	3.2	3.2	10.4	6.6	6.7	9.0	4.4	7.4	7.4	11.4	11.4	9.4	2.7	4.2	4.8	4.8	3.1	3.1	3.1	7.5	5.5	10.6	4.8	10.4
14	3.1	6.3	6.3	4.1	4.1	4.1	8.6	7.9	8.3	8.3	8.3	5.2	3.2	3.2	-	0.0	0.0	10.3	5.9	6.0	8.2	2.4	7.3	7.3	10.7	10.7	8.7	4.0	6.7	7.7	7.7	2.9	2.9	2.9	6.8	5.4	10.3	6.5	10.3
15	3.1	6.3	6.3	4.1	4.1	4.1	8.6	7.9	8.3	8.3	8.3	5.2	3.2	3.2	0.0	-	0.0	10.3	5.9	6.0	8.2	2.4	7.3	7.3	10.7	10.7	8.7	4.0	6.7	7.7	7.7	2.9	2.9	2.9	6.8	5.4	10.3	6.5	10.3
16	3.1	6.3	6.3	4.1	4.1	4.1	8.6	7.9	8.3	8.3	8.3	5.2	3.2	3.2	0.0	0.0	-	10.3	5.9	6.0	8.2	2.4	7.3	7.3	10.7	10.7	8.7	4.0	6.7	7.7	7.7	2.9	2.9	2.9	6.8	5.4	10.3	6.5	10.3
17	7.3	8.9	8.9	6.3	6.3	6.3	4.8	9.5	11.2	11.2	11.2	8.9	10.1	10.1	10.3	10.3	10.3	-	5.5	4.8	2.9	8.0	5.4	5.4	3.0	3.0	2.4	12.3	8.2	7.0	7.0	8.1	8.1	8.1	4.5	5.9	1.7	7.0	2.1
18	4.2	8.6	8.6	2.5	2.5	2.5	4.7	10.0	11.3	11.3	11.3	6.4	6.6	6.6	6.0	6.0	6.0	6.2	-	1.7	3.4	4.2	4.7	4.7	6.8	6.8	4.8	9.2	7.7	8.7	8.7	4.1	4.1	4.1	2.9	6.0	6.1	7.1	6.6
19	4.7	9.0	9.0	2.5	2.5	2.5	3.0	10.3	11.7	11.7	11.7	6.8	7.0	7.0	6.4	6.4	6.4	5.2	1.8	-	2.9	4.2	5.3	5.3	5.2	5.2	3.1	9.6	8.2	9.2	9.2	4.5	4.5	4.5	1.2	6.5	4.8	7.6	5.5
20	5.5	9.9	9.9	3.9	3.9	3.9	3.9	10.6	12.3	12.3	12.3	7.7	8.3	8.3	7.8	7.8	7.8	2.9	2.8	2.6	-	5.6	6.1	6.1	4.4	4.4	2.6	10.6	9.0	8.1	8.1	5.9	5.9	5.9	2.6	7.0	3.6	8.1	4.0
21	4.3	7.4	7.4	1.9	1.9	1.9	6.4	9.0	9.4	9.4	9.4	6.4	4.4	4.4	2.6	2.6	2.6	8.6	4.3	4.2	6.3	-	6.6	6.6	8.5	8.5	6.5	6.4	7.9	8.8	8.8	4.1	4.1	4.1	4.6	6.6	8.1	7.7	8.9
22	3.9	6.8	6.8	4.7	4.7	4.7	7.7	7.5	9.2	9.2	9.2	5.5	6.8	6.8	6.9	6.9	6.9	4.3	4.3	4.7	5.2	5.9	-	0.0	5.7	5.7	5.8	9.0	6.2	5.0	5.0	4.7	4.7	4.7	5.9	3.0	4.5	4.4	4.3
23	3.9	6.8	6.8	4.7	4.7	4.7	7.7	7.5	9.2	9.2	9.2	5.5	6.8	6.8	6.9	6.9	6.9	4.3	4.3	4.7	5.2	5.9	0.0	-	5.7	5.7	5.8	9.0	6.2	5.0	5.0	4.7	4.7	4.7	5.9	3.0	4.5	4.4	4.3
24	8.6	10.2	10.2	6.3	6.3	6.3	4.4	10.9	12.6	12.6	12.6	10.3	11.0	11.0	10.4	10.4	10.4	3.0	6.6	4.9	4.3	8.0	6.8	6.8	-	0.0	2.5	13.6	9.6	8.3	8.3	8.8	8.8	8.8	4.5	7.3	1.5	8.4	2.6
25	8.6	10.2	10.2	6.3	6.3	6.3	4.4	10.9	12.6	12.6	12.6	10.3	11.0	11.0	10.4	10.4	10.4	3.0	6.6	4.9	4.3	8.0	6.8	6.8	0.0	-	2.5	13.6	9.6	8.3	8.3	8.8	8.8	8.8	4.5	7.3	1.5	8.4	2.6
26	7.2	10.6	10.6	4.5	4.5	4.5	2.4	11.3	13.0	13.0	13.0	9.3	9.2	9.2	8.6	8.6	8.6	2.7	4.8	3.0	2.5	6.2	7.2	7.2	2.6	2.6	-	11.8	10.0	8.8	8.8	7.0	7.0	7.0	2.7	7.7	2.2	8.8	3.0
27	6.6	4.6	4.6	8.1	8.1	8.1	12.4	6.3	6.7	6.7	6.7	5.7	3.1	3.1	4.0	4.0	4.0	13.4	9.7	9.8	12.0	6.4	10.4	10.4	14.5	14.5	12.5	-	6.0	6.4	6.4	6.1	6.1	6.1	10.5	8.5	13.6	7.7	13.4
28	3.9	3.0	3.0	6.8	6.8	6.8	10.5	4.2	5.8	5.8	5.8	1.5	3.8	3.8	6.6	6.6	6.6	9.4	7.4	7.6	9.4	7.4	6.2	6.2	10.8	10.8	10.6	5.1	-	1.7	1.7	3.8	3.8	3.8	8.7	3.6	9.6	2.1	9.4
29	5.1	1.9	1.9	7.8	7.8	7.8	11.5	2.5	4.3	4.3	4.3	3.3	4.3	4.3	7.2	7.2	7.2	8.3	8.3	8.7	9.1	8.2	5.1	5.1	9.7	9.7	9.7	5.3	2.0	-	0.0	4.8	4.8	4.8	9.7	3.1	8.5	2.7	8.2
30	5.1	1.9	1.9	7.8	7.8	7.8	11.5	2.5	4.3	4.3	4.3	3.3	4.3	4.3	7.2	7.2	7.2	8.3	8.3	8.7	9.1	8.2	5.1	5.1	9.7	9.7	9.7	5.3	2.0	0.0	-	4.8	4.8	4.8	9.7	3.1	8.5	2.7	8.2
31	0.8	4.5	4.5	3.0	3.0	3.0	6.7	5.9	7.3	7.3	7.3	2.3	2.8	2.8	2.8	2.8	2.8	8.0	3.7	3.9	6.1	3.7	5.0	5.0	8.8	8.8	6.8	5.2	3.8	4.9	4.9	-	0.0	0.0	4.9	3.1	8.2	3.6	7.9
32	0.8	4.5	4.5	3.0	3.0	3.0	6.7	5.9	7.3	7.3	7.3	2.3	2.8	2.8	2.8	2.8	2.8	8.0	3.7	3.9	6.1	3.7	5.0	5.0	8.8	8.8	6.8	5.2	3.8	4.9	4.9	0.0	-	0.0	4.9	3.1	8.2	3.6	7.9
33	0.8	4.5	4.5	3.0	3.0	3.0	6.7	5.9	7.3	7.3	7.3	2.3	2.8	2.8	2.8	2.8	2.8	8.0	3.7	3.9	6.1	3.7	5.0	5.0	8.8	8.8	6.8	5.2	3.8	4.9	4.9	0.0	0.0	-	4.9	3.1	8.2	3.6	7.9
34	5.5	9.6	9.6	2.9	2.9	2.9	2.5	11.2	12.2	12.2	12.2	7.7	7.6	7.6	6.9	6.9	6.9	5.3	3.2	1.4	3.0	4.5	6.7	6.7	5.2	5.2	2.9	10.1	9.2	10.2	10.2	5.4	5.4	5.4	-	7.8	4.9	9.0	5.6
35	2.1	4.7	4.7	5.3	5.3	5.3	8.9	5.3	7.1	7.1	7.1	3.7	5.0	5.0	5.1	5.1	5.1	6.9	5.5	5.9	7.5	6.0	2.8	2.8	8.3	8.3	8.4	7.2	3.4	2.8	2.8	2.9	2.9	2.9	7.1	-	7.1	1.5	6.9
36	7.4	9.0	9.0	5.9	5.9	5.9	4.0	9.6	11.4	11.4	11.4	9.0	10.2	10.2	10.0	10.0	10.0	1.7	6.0	4.5	3.5	7.6	5.5	5.5	1.5	1.5	2.1	12.4	8.4	7.1	7.1	8.2	8.2	8.2	4.2	6.0	-		



	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
0	-	2.5	3.3	6.4	2.4	4.7	4.7	4.7	3.0	3.9	10.0	10.0	9.0	9.0	9.0	4.8	3.5	6.0	5.3	4.5	4.4	4.2	2.8	1.6	5.0	5.0	5.0	3.7	2.0	2.0	2.0	9.5	9.9	14.0	8.0	8.0
1	2.9	-	1.2	5.5	5.2	2.6	2.6	2.6	3.1	2.9	9.6	9.6	8.5	8.5	8.5	7.2	3.1	5.6	5.5	7.3	5.0	1.7	5.6	2.5	4.5	4.5	4.5	1.5	4.1	4.1	4.1	9.1	9.4	13.1	6.2	6.2
2	3.6	1.2	-	5.0	5.8	3.4	3.4	3.4	3.9	2.2	10.3	10.3	9.3	9.3	9.3	8.0	3.9	6.3	6.3	7.8	5.8	2.9	5.9	2.6	3.9	3.9	3.9	2.7	4.9	4.9	4.9	9.9	10.2	12.6	6.6	6.6
3	7.6	5.1	5.8	-	8.5	3.9	3.9	3.9	7.9	4.4	14.3	14.3	13.3	13.3	13.3	12.0	7.9	10.3	10.2	10.0	9.8	6.8	7.7	6.8	4.0	4.0	4.0	6.6	8.9	8.9	8.9	13.9	14.2	8.5	3.6	3.6
4	2.4	4.3	5.0	6.4	-	6.6	6.6	6.6	3.6	5.2	10.9	10.9	9.9	9.9	9.9	4.1	4.4	6.9	6.0	2.4	4.3	6.0	1.6	3.3	5.0	5.0	5.0	5.5	2.0	2.0	2.0	10.4	10.8	14.0	8.0	8.0
5	5.4	2.9	3.7	4.2	7.7	-	0.0	0.0	5.6	4.0	12.0	12.0	11.0	11.0	11.0	9.7	5.6	8.0	8.0	9.8	7.5	4.6	8.1	5.0	7.0	7.0	7.0	4.4	6.6	6.6	6.6	11.6	11.9	11.4	4.0	4.0
6	5.4	2.9	3.7	4.2	7.7	0.0	-	0.0	5.6	4.0	12.0	12.0	11.0	11.0	11.0	9.7	5.6	8.0	8.0	9.8	7.5	4.6	8.1	5.0	7.0	7.0	7.0	4.4	6.6	6.6	6.6	11.6	11.9	11.4	4.0	4.0
7	5.4	2.9	3.7	4.2	7.7	0.0	0.0	-	5.6	4.0	12.0	12.0	11.0	11.0	11.0	9.7	5.6	8.0	8.0	9.8	7.5	4.6	8.1	5.0	7.0	7.0	7.0	4.4	6.6	6.6	6.6	11.6	11.9	11.4	4.0	4.0
8	2.9	2.4	3.3	6.6	3.6	4.7	4.7	-	3.8	7.8	7.8	6.8	6.8	6.8	5.2	2.0	3.8	3.3	5.4	2.4	4.1	4.3	3.1	5.5	5.5	5.5	3.6	2.4	2.4	2.4	7.4	7.7	14.2	8.2	8.2	
9	4.5	3.0	2.3	4.0	6.7	3.9	3.9	3.9	5.3	-	11.8	11.8	10.7	10.7	10.7	9.2	5.3	7.8	7.7	8.3	7.2	4.7	6.3	3.5	3.5	3.5	3.5	4.5	6.2	6.2	6.2	11.3	11.6	11.6	5.6	5.6
10	8.4	7.6	8.5	11.8	9.7	9.9	9.9	9.9	6.7	9.0	-	0.0	4.0	4.0	4.0	10.4	7.1	5.8	5.6	11.5	7.5	9.3	10.1	8.3	10.7	10.7	10.7	8.8	8.6	8.6	8.6	3.1	2.6	19.4	13.4	13.4
11	8.4	7.6	8.5	11.8	9.7	9.9	9.9	9.9	6.7	9.0	0.0	-	4.0	4.0	4.0	10.4	7.1	5.8	5.6	11.5	7.5	9.3	10.1	8.3	10.7	10.7	10.7	8.8	8.6	8.6	8.6	3.1	2.6	19.4	13.4	13.4
12	7.7	6.9	7.7	11.0	8.9	9.1	9.1	9.1	6.0	8.3	4.0	4.0	-	0.0	0.0	9.7	6.4	4.3	4.8	10.8	6.7	8.6	9.4	7.6	10.0	10.0	10.0	8.1	7.9	7.9	7.9	4.0	4.3	18.6	12.7	12.7
13	7.7	6.9	7.7	11.0	8.9	9.1	9.1	9.1	6.0	8.3	4.0	4.0	0.0	-	0.0	9.7	6.4	4.3	4.8	10.8	6.7	8.6	9.4	7.6	10.0	10.0	10.0	8.1	7.9	7.9	7.9	4.0	4.3	18.6	12.7	12.7
14	7.7	6.9	7.7	11.0	8.9	9.1	9.1	9.1	6.0	8.3	4.0	4.0	0.0	0.0	-	9.7	6.4	4.3	4.8	10.8	6.7	8.6	9.4	7.6	10.0	10.0	10.0	8.1	7.9	7.9	7.9	4.0	4.3	18.6	12.7	12.7
15	4.7	5.5	6.3	9.6	4.1	7.8	7.8	7.8	4.8	6.9	10.8	10.8	9.8	9.8	9.8	-	5.6	7.1	4.7	2.4	3.4	7.2	5.0	6.2	8.4	8.4	8.4	6.7	3.2	3.2	3.2	10.4	10.7	17.3	11.3	11.3
16	3.3	2.5	3.4	6.7	4.6	4.8	4.8	4.8	1.9	3.9	8.4	8.4	7.4	7.4	7.4	6.6	-	4.4	4.3	6.6	4.1	3.9	5.0	3.2	5.6	5.6	5.6	2.8	3.5	3.5	3.5	7.9	8.3	14.3	8.3	8.3
17	5.2	4.3	5.2	8.5	6.4	6.6	6.6	6.6	3.4	5.7	6.4	6.4	4.3	4.3	4.3	7.4	3.8	-	2.5	8.2	4.2	6.0	6.8	5.0	7.4	7.4	7.4	5.5	5.3	5.3	5.3	5.9	6.2	16.1	10.1	10.1
18	5.1	4.2	5.1	8.4	5.8	6.5	6.5	6.5	3.2	5.6	6.2	6.2	5.2	5.2	5.2	4.9	3.7	2.4	-	6.4	2.3	5.9	6.5	4.9	7.3	7.3	7.3	5.4	4.3	4.3	4.3	5.8	6.1	16.0	10.0	10.0
19	4.3	6.1	6.1	7.5	2.4	8.3	8.3	8.3	5.4	6.3	12.5	12.5	11.5	11.5	11.5	2.4	6.2	8.6	6.7	-	4.4	7.8	2.8	4.5	6.2	6.2	6.2	7.3	3.2	3.2	3.2	12.1	12.4	15.1	9.1	9.1
20	3.5	3.6	4.5	7.7	3.9	5.9	5.9	5.9	2.4	5.0	8.3	8.3	7.3	7.3	7.3	3.4	3.7	4.3	2.4	4.4	-	5.3	4.9	4.3	6.7	6.7	6.7	4.8	2.3	2.3	2.3	7.9	8.2	15.4	9.4	9.4
21	4.8	1.9	3.2	7.4	7.1	4.6	4.6	4.6	5.0	4.8	11.5	11.5	10.5	10.5	10.5	9.2	4.2	7.3	7.4	9.2	7.0	-	7.6	4.5	6.5	6.5	6.5	1.6	6.1	6.1	6.1	11.0	11.4	15.0	8.2	8.2
22	2.8	4.9	4.6	6.0	1.8	7.1	7.1	7.1	4.4	4.8	11.4	11.4	10.4	10.4	10.4	5.4	5.0	7.4	6.7	3.0	5.8	6.6	-	3.0	4.2	4.2	4.2	6.1	3.4	3.4	3.4	11.0	11.3	13.6	7.7	7.7
23	1.6	2.4	2.6	5.6	3.4	4.7	4.7	4.7	3.7	3.1	10.1	10.1	9.1	9.1	9.1	6.2	3.7	6.1	6.1	5.4	5.6	4.1	3.6	-	4.2	4.2	4.2	3.6	3.5	3.5	3.5	9.7	10.0	13.2	7.2	7.2
24	5.1	4.8	4.2	3.2	5.7	6.0	6.0	6.0	7.0	3.4	13.4	13.4	12.4	12.4	12.4	9.2	7.0	9.4	9.3	7.1	8.9	6.5	4.4	4.3	-	0.0	0.0	6.3	7.0	7.0	7.0	13.0	13.3	11.3	6.2	6.2
25	5.1	4.8	4.2	3.2	5.7	6.0	6.0	6.0	7.0	3.4	13.4	13.4	12.4	12.4	12.4	9.2	7.0	9.4	9.3	7.1	8.9	6.5	4.4	4.3	0.0	-	0.0	6.3	7.0	7.0	7.0	13.0	13.3	11.3	6.2	6.2
26	5.1	4.8	4.2	3.2	5.7	6.0	6.0	6.0	7.0	3.4	13.4	13.4	12.4	12.4	12.4	9.2	7.0	9.4	9.3	7.1	8.9	6.5	4.4	4.3	0.0	0.0	-	6.3	7.0	7.0	7.0	13.0	13.3	11.3	6.2	6.2
27	4.0	1.6	2.7	7.0	6.3	4.1	4.1	4.1	4.1	4.3	10.6	10.6	9.5	9.5	9.5	8.3	2.8	6.0	6.5	8.4	6.0	1.4	6.7	3.6	6.0	6.0	6.0	-	5.2	5.2	5.2	10.1	10.4	14.6	7.7	7.7
28	2.0	3.2	4.0	7.3	1.9	5.4	5.4	5.4	2.4	4.5	9.7	9.7	8.7	8.7	8.7	3.2	3.2	5.7	4.4	3.3	2.7	4.8	3.3	3.5	6.2	6.2	6.2	4.3	-	0.0	0.0	9.2	9.6	14.9	8.9	8.9
29	2.0	3.2	4.0	7.3	1.9	5.4	5.4	5.4	2.4	4.5	9.7	9.7	8.7	8.7	8.7	3.2	3.2	5.7	4.4	3.3	2.7	4.8	3.3	3.5	6.2	6.2	6.2	4.3	0.0	-	0.0	9.2	9.6	14.9	8.9	8.9
30	2.0	3.2	4.0	7.3	1.9	5.4	5.4	5.4	2.4	4.5	9.7	9.7	8.7	8.7	8.7	3.2	3.2	5.7	4.4	3.3	2.7	4.8	3.3	3.5	6.2	6.2	6.2	4.3	0.0	0.0	-	9.2	9.6	14.9	8.9	8.9
31	8.0	7.2	8.1	11.4	9.2	9.5	9.5	9.5	6.3	8.6	3.1	3.1	3.9	3.9	3.9	10.0	6.7	5.4	5.2	11.1	7.0	8.9	9.7	7.9	10.3	10.3	10.3	8.4	8.2	8.2	8.2	-	3.0	19.0	13.0	13.0
32	8.3	7.5	8.3	11.6	9.5	9.7	9.7	9.7	6.6	8.9	2.5	2.5	4.1	4.1	4.1	10.3	7.0	5.6	5.4	11.3	7.3	9.2	9.9	8.1	10.6	10.6	10.6	8.7	8.4	8.4	8.4	2.9	-	19.2	13.3	13.3
33	15.6	13.9	13.6	9.7	16.3	12.4	12.4	12.4	16.4	12.8	22.8	22.8	21.8	21.8	21.8	19.8	16.4	18.8	18.8	17.7	18.3	15.6	15.1	14.6	11.1	11.1	11.1	15.4	17.2	17.2	17.2	22.4	22.7	-	9.5	9.5
34	9.2	6.7	7.5	3.8	10.8	4.0	4.0	4.0	9.4	6.7	15.9	15.9	14.9	14.9	14.9	13.5	9.4	11.9	11.8	12.3	11.4	8.4	10.3	8.9	7.4	7.4	7.4	8.2	10.5	10.5	10.5	15.4	15.7	8.6	-	0.0
35	9.2	6.7	7.5	3.8	10.8	4.0	4.0	4.0	9.4	6.7	15.9	15.9	14.9	14.9	14.9	13.5	9.4	11.9	11.8	12.3	11.4	8.4	10.3	8.9	7.4	7.4	7.4	8.2	10.5	10.5	10.5	15.4	15.7	8.6	0.0	-

Figura D.4: Matriz de tiempos de viaje escenario 4 (minutos)

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
<b>0</b>	-	4.81	4.81	4.81	5.59	3.35	3.29	5.78	3.16	3.16	3.16	4.02	3.57	2.74	0.49	0.49	0.49	3.76	2.85
<b>1</b>	4.98	-	0.00	0.00	3.19	8.19	4.61	7.19	5.71	5.71	5.71	8.56	2.20	5.63	5.31	5.31	5.31	7.83	7.59
<b>2</b>	4.98	0.00	-	0.00	3.19	8.19	4.61	7.19	5.71	5.71	5.71	8.56	2.20	5.63	5.31	5.31	5.31	7.83	7.59
<b>3</b>	4.98	0.00	0.00	-	3.19	8.19	4.61	7.19	5.71	5.71	5.71	8.56	2.20	5.63	5.31	5.31	5.31	7.83	7.59
<b>4</b>	5.76	3.19	3.19	3.19	-	8.97	5.39	7.97	6.49	6.49	6.49	9.33	5.08	6.41	6.09	6.09	6.09	8.61	8.37
<b>5</b>	3.35	7.92	7.92	7.92	8.70	-	6.37	7.76	4.23	4.23	4.23	1.67	6.69	2.37	3.57	3.57	3.57	1.42	2.35
<b>6</b>	3.46	4.61	4.61	4.61	5.39	6.67	-	2.75	2.64	2.64	2.64	7.04	4.58	4.12	3.79	3.79	3.79	6.06	6.07
<b>7</b>	5.96	7.20	7.20	7.20	7.98	8.70	2.76	-	4.19	4.19	4.19	9.01	7.08	6.61	6.29	6.29	6.29	7.82	8.57
<b>8</b>	3.28	5.97	5.97	5.97	6.75	4.80	2.66	4.15	-	0.00	0.00	5.10	4.73	3.17	3.51	3.51	3.51	3.92	5.89
<b>9</b>	3.28	5.97	5.97	5.97	6.75	4.80	2.66	4.15	0.00	-	0.00	5.10	4.73	3.17	3.51	3.51	3.51	3.92	5.89
<b>10</b>	3.28	5.97	5.97	5.97	6.75	4.80	2.66	4.15	0.00	0.00	-	5.10	4.73	3.17	3.51	3.51	3.51	3.92	5.89
<b>11</b>	4.07	8.13	8.13	8.13	8.91	1.61	6.58	7.97	4.43	4.43	4.43	-	6.89	2.58	4.30	4.30	4.30	1.21	3.24
<b>12</b>	3.65	2.20	2.20	2.20	5.08	6.86	4.48	6.97	4.71	4.71	4.71	7.22	-	4.30	3.98	3.98	3.98	6.50	6.26
<b>13</b>	2.87	5.55	5.55	5.55	6.33	2.62	4.03	6.52	3.12	3.12	3.12	2.92	4.32	-	3.08	3.08	3.08	2.20	4.63
<b>14</b>	0.49	5.22	5.22	5.22	6.00	3.58	3.70	6.19	3.50	3.50	3.50	4.25	3.98	3.08	-	0.00	0.00	3.99	3.34
<b>15</b>	0.49	5.22	5.22	5.22	6.00	3.58	3.70	6.19	3.50	3.50	3.50	4.25	3.98	3.08	0.00	-	0.00	3.99	3.34
<b>16</b>	0.49	5.22	5.22	5.22	6.00	3.58	3.70	6.19	3.50	3.50	3.50	4.25	3.98	3.08	0.00	0.00	-	3.99	3.34
<b>17</b>	3.89	7.70	7.70	7.70	8.48	1.43	5.81	7.20	3.67	3.67	3.67	1.29	6.47	2.15	4.12	4.12	4.12	-	3.24
<b>18</b>	2.98	7.55	7.55	7.55	8.32	2.32	6.02	8.52	5.74	5.74	5.74	3.26	6.31	3.88	3.47	3.47	3.47	3.19	-

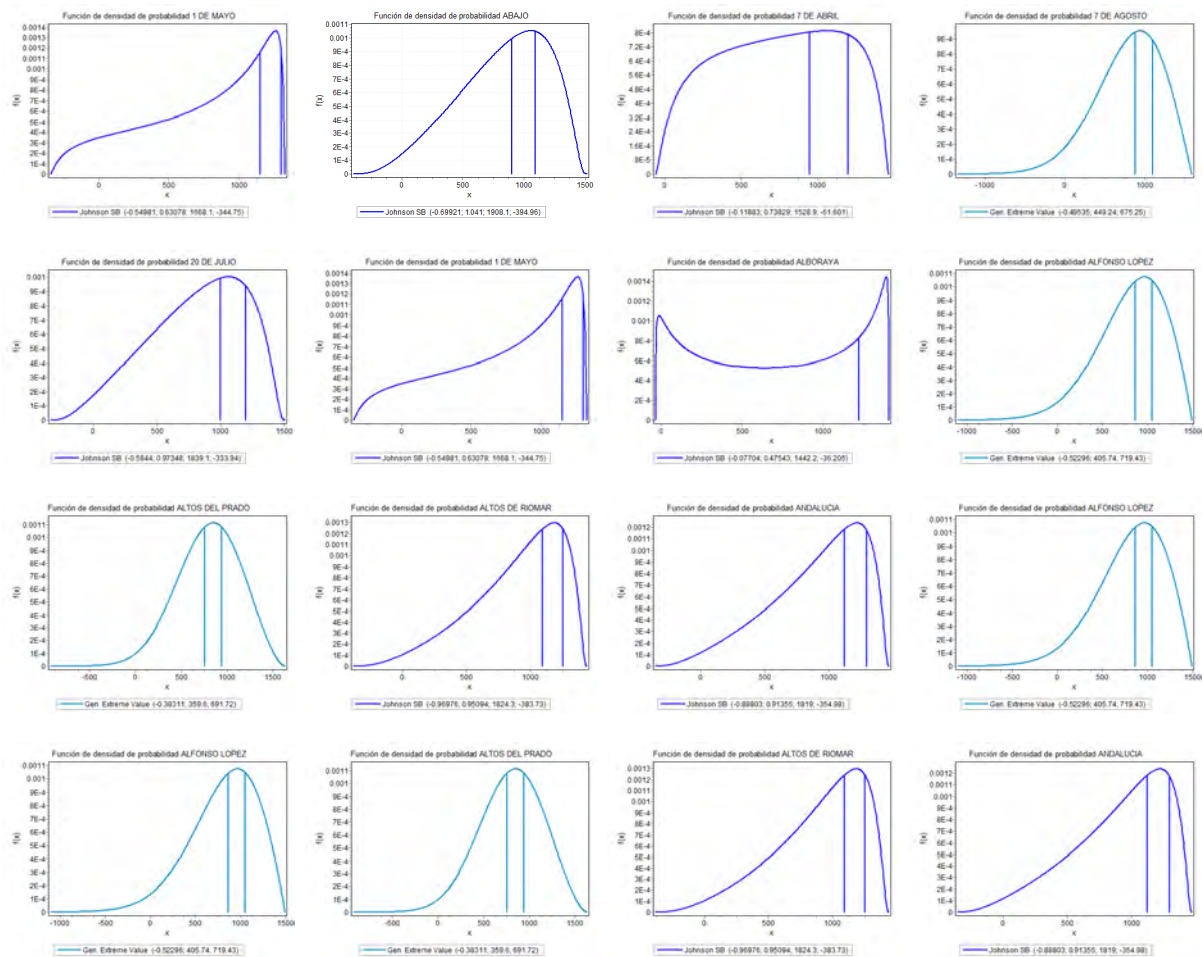
Figura D.5: Matriz de tiempos de viaje escenario 5 (minutos)

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
0	-	10.33	10.33	1.95	6.40	4.58	4.58	4.58	0.84	5.54	7.94	7.94	7.94	4.44	3.99	5.64	4.33	3.83	4.48	6.43	4.86	3.70	3.27	2.70	2.31	3.86	3.04	5.62	2.75
1	9.65	-	0.00	8.50	4.10	12.21	12.21	12.21	9.37	7.53	2.38	2.38	2.38	6.17	9.25	5.58	10.10	11.18	7.56	4.11	8.82	10.27	9.50	10.21	8.02	8.23	10.94	6.53	8.46
2	9.65	0.00	-	8.50	4.10	12.21	12.21	12.21	9.37	7.53	2.38	2.38	2.38	6.17	9.25	5.58	10.10	11.18	7.56	4.11	8.82	10.27	9.50	10.21	8.02	8.23	10.94	6.53	8.46
3	1.95	8.58	8.58	-	4.44	6.39	6.39	6.39	2.79	5.84	6.60	6.60	6.60	3.54	4.85	3.80	3.78	5.64	3.32	5.94	6.17	5.00	2.42	3.69	2.41	4.84	4.99	4.66	3.85
4	6.34	4.26	4.26	4.40	-	9.70	9.70	9.70	6.59	5.37	2.83	2.83	2.83	2.59	7.74	2.04	6.44	8.96	4.12	2.91	6.66	8.76	5.41	8.09	4.59	6.07	8.16	3.73	5.69
5	5.15	13.18	13.18	6.92	10.92	-	0.00	0.00	4.42	6.37	10.73	10.73	10.73	8.58	4.34	10.53	6.03	3.00	9.30	9.17	4.21	4.05	7.38	4.17	6.64	4.66	2.10	10.13	5.17
6	5.15	13.18	13.18	6.92	10.92	0.00	-	0.00	4.42	6.37	10.73	10.73	10.73	8.58	4.34	10.53	6.03	3.00	9.30	9.17	4.21	4.05	7.38	4.17	6.64	4.66	2.10	10.13	5.17
7	5.15	13.18	13.18	6.92	10.92	0.00	0.00	-	4.42	6.37	10.73	10.73	10.73	8.58	4.34	10.53	6.03	3.00	9.30	9.17	4.21	4.05	7.38	4.17	6.64	4.66	2.10	10.13	5.17
8	0.85	10.76	10.76	2.81	7.25	3.84	3.84	3.84	-	5.58	8.31	8.31	8.31	5.03	3.62	6.50	4.57	3.09	5.28	6.75	4.67	3.33	3.54	2.36	2.79	3.81	2.30	6.42	2.80
9	4.81	7.98	7.98	5.72	5.74	5.75	5.75	5.75	4.53	-	5.55	5.55	5.55	4.10	8.14	6.41	8.29	6.89	6.29	3.99	2.13	7.85	7.26	6.89	3.57	2.87	6.10	7.74	3.44
10	7.27	2.44	2.44	6.60	2.84	10.02	10.02	10.02	6.99	5.15	-	0.00	0.00	3.80	9.70	4.55	8.65	9.36	6.59	1.73	6.44	10.32	7.62	9.35	5.64	5.85	8.57	5.84	6.09
11	7.27	2.44	2.44	6.60	2.84	10.02	10.02	10.02	6.99	5.15	0.00	-	0.00	3.80	9.70	4.55	8.65	9.36	6.59	1.73	6.44	10.32	7.62	9.35	5.64	5.85	8.57	5.84	6.09
12	7.27	2.44	2.44	6.60	2.84	10.02	10.02	10.02	6.99	5.15	0.00	0.00	-	3.80	9.70	4.55	8.65	9.36	6.59	1.73	6.44	10.32	7.62	9.35	5.64	5.85	8.57	5.84	6.09
13	4.43	6.29	6.29	3.55	2.64	7.35	7.35	7.35	4.24	4.05	3.85	3.85	3.85	-	7.22	3.48	5.60	6.60	3.60	2.40	4.85	7.56	4.57	6.60	2.24	4.26	5.81	5.05	3.34
14	4.14	9.68	9.68	5.15	8.26	3.26	3.26	3.26	3.75	9.34	10.34	10.34	10.34	7.78	-	7.16	1.99	2.23	5.28	10.18	7.33	1.31	3.42	1.25	6.44	7.57	3.82	6.09	6.55
15	5.60	5.74	5.74	3.80	2.02	9.61	9.61	9.61	6.44	6.30	4.55	4.55	4.55	3.48	6.71	-	5.08	8.64	2.11	4.60	7.11	7.73	4.05	7.01	4.50	6.52	8.07	2.07	5.60
16	4.37	10.28	10.28	3.81	6.70	4.67	4.67	4.67	4.61	8.41	8.88	8.88	8.88	5.83	1.71	5.21	-	3.64	3.32	8.22	8.74	2.73	1.72	2.67	6.00	8.16	5.24	4.14	7.05
17	4.39	12.05	12.05	6.15	10.60	2.49	2.49	2.49	3.66	8.68	11.42	11.42	11.42	8.38	2.67	9.52	4.36	-	7.65	9.85	6.57	2.15	5.79	2.50	6.13	6.89	3.06	8.46	5.90
18	4.47	7.81	7.81	3.32	4.12	7.79	7.79	7.79	5.25	6.24	6.58	6.58	6.58	3.66	4.82	2.11	3.20	6.76	-	6.06	7.05	5.84	2.17	5.40	4.44	6.46	7.46	1.47	5.54
19	5.77	4.24	4.24	5.94	2.98	8.52	8.52	8.52	5.50	3.65	1.80	1.80	1.80	2.39	9.11	4.64	7.99	7.86	5.99	-	4.95	8.82	6.96	7.86	4.14	4.36	7.07	6.63	4.59
20	4.79	9.51	9.51	6.18	7.25	3.62	3.62	3.62	4.43	2.16	7.07	7.07	7.07	5.07	7.88	7.38	9.00	6.55	7.25	5.50	-	7.59	7.75	6.79	4.22	1.46	4.11	8.70	2.56
21	4.16	10.97	10.97	5.35	9.56	3.28	3.28	3.28	3.78	9.36	11.64	11.64	11.64	8.60	1.59	8.45	3.28	2.15	6.57	10.53	7.35	-	4.71	1.46	6.47	7.59	3.84	7.38	6.57
22	3.27	9.67	9.67	2.42	5.54	6.05	6.05	6.05	3.53	7.25	7.73	7.73	7.73	4.67	3.09	4.05	1.72	5.02	2.17	7.07	7.79	4.11	-	3.32	4.62	6.79	5.73	3.17	5.68
23	2.90	10.80	10.80	3.89	8.34	3.25	3.25	3.25	2.63	8.21	10.49	10.49	10.49	7.34	1.34	7.20	3.02	2.22	5.63	9.33	7.30	1.31	3.51	-	5.21	6.44	3.81	6.62	5.42
24	2.30	8.17	8.17	2.41	4.65	5.88	5.88	5.88	2.77	3.74	5.73	5.73	5.73	2.25	6.29	4.56	5.98	5.13	4.43	4.16	4.18	6.00	4.62	5.00	-	2.86	4.34	5.88	1.87
25	3.55	8.81	8.81	4.85	6.55	4.65	4.65	4.65	3.27	2.82	6.37	6.37	6.37	4.37	6.88	6.68	7.83	5.63	6.55	4.80	1.46	6.59	6.52	5.63	2.89	-	4.39	8.00	1.11
26	3.11	12.43	12.43	5.06	9.43	1.88	1.88	1.88	2.38	6.47	9.99	9.99	9.99	7.02	4.68	8.75	6.37	3.34	7.54	8.42	4.31	4.39	5.80	4.30	4.86	4.51	-	8.68	4.16
27	5.61	6.77	6.77	4.66	3.79	8.54	8.54	8.54	6.40	7.56	5.94	5.94	5.94	4.97	5.57	2.07	3.95	7.51	1.47	6.60	8.36	6.60	3.16	6.30	5.75	7.77	8.60	-	6.85
28	2.44	8.89	8.89	3.87	6.23	4.75	4.75	4.75	2.16	3.40	6.44	6.44	6.44	3.82	5.77	6.13	6.72	4.53	6.01	4.88	2.56	5.49	5.41	4.52	2.00	1.11	3.74	7.46	-

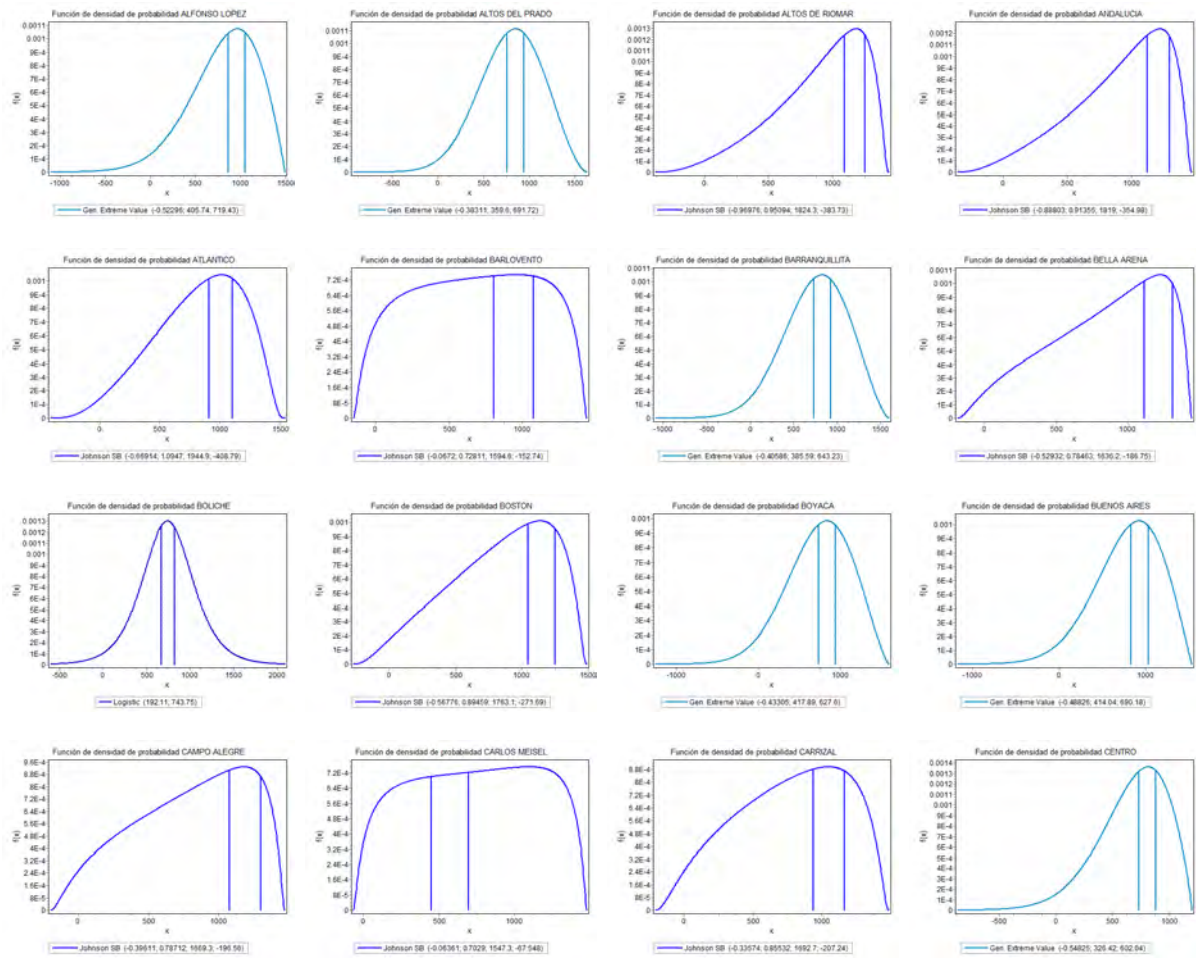
Figura D.6: Matriz de tiempos de viaje escenario 6 (minutos)

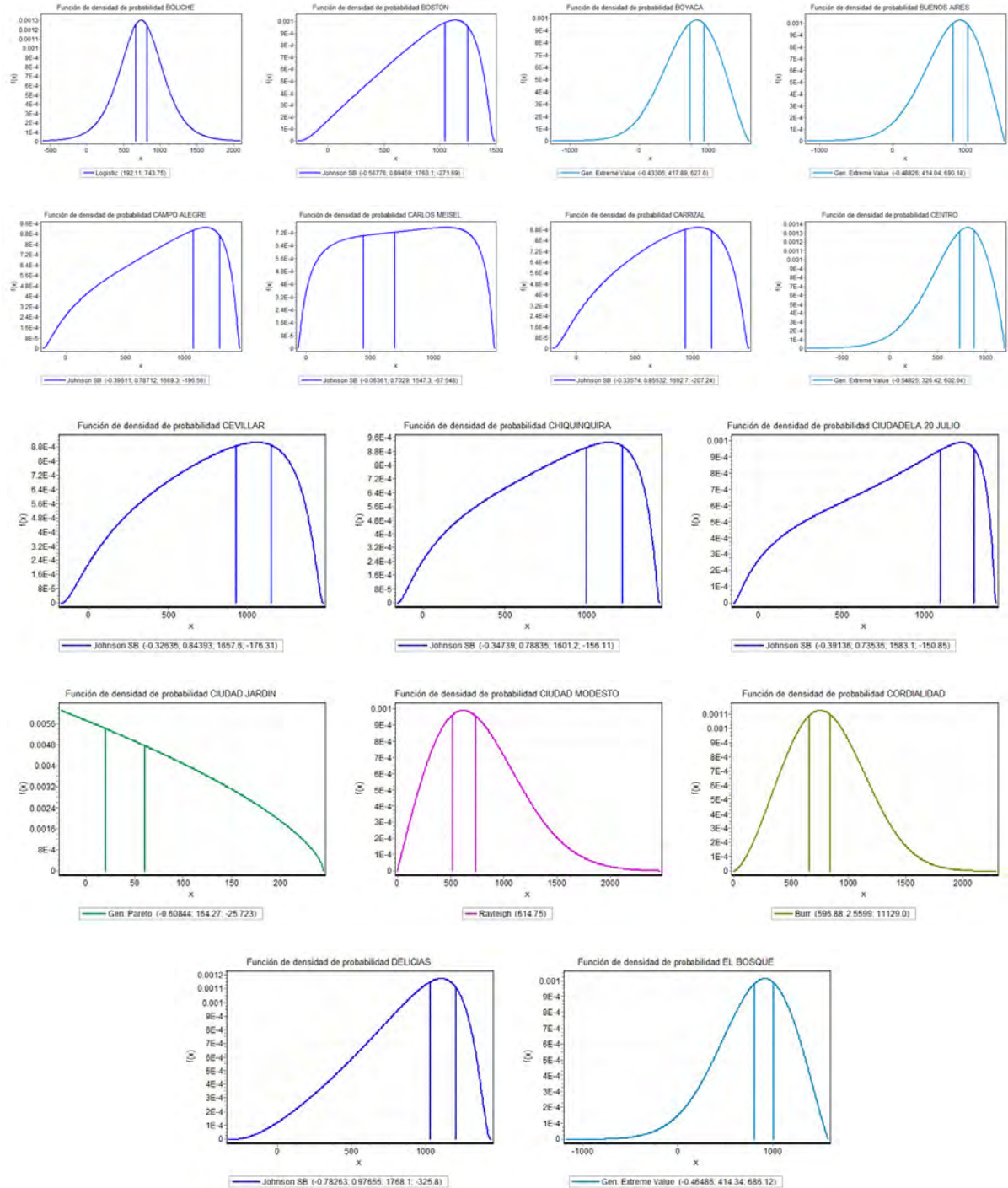
## APÉNDICE E

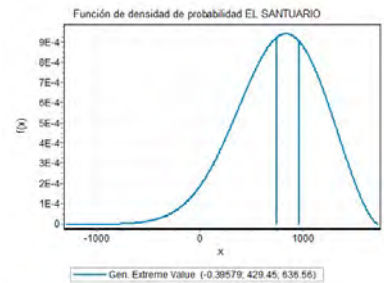
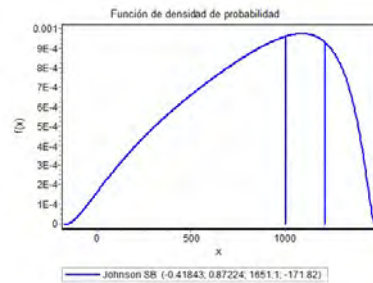
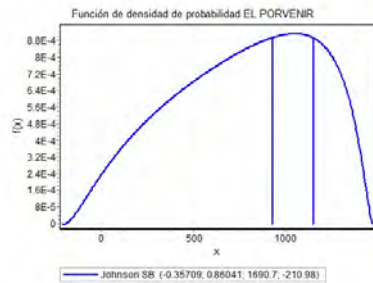
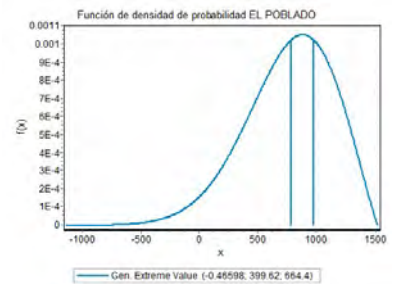
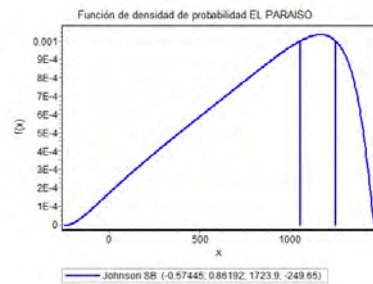
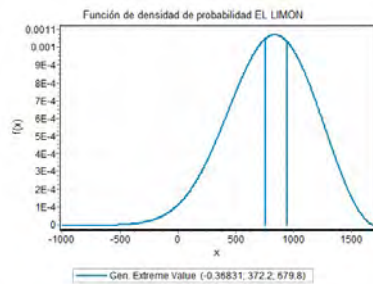
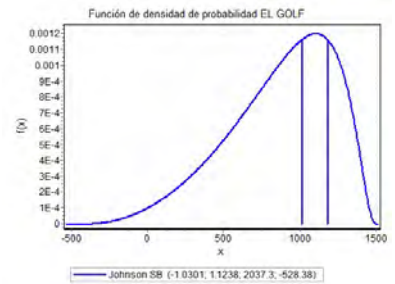
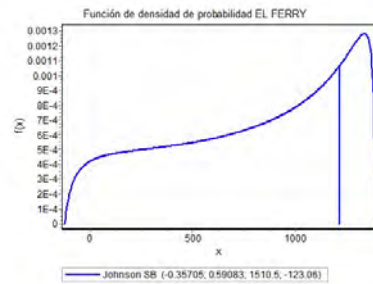
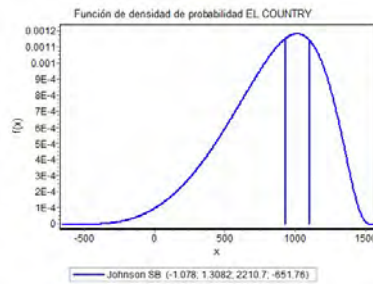
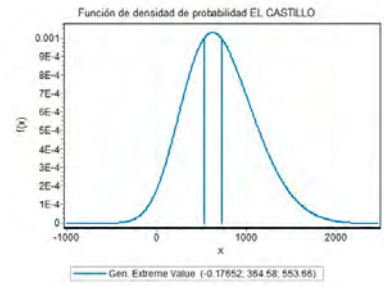
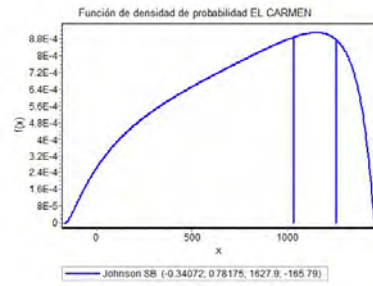
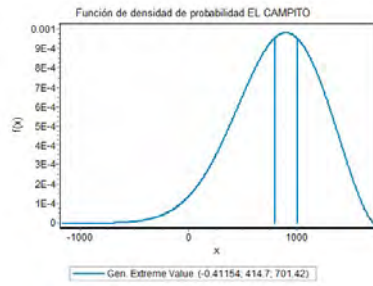
### Distribuciones de probabilidad de delitos para definición de ventanas de tiempo





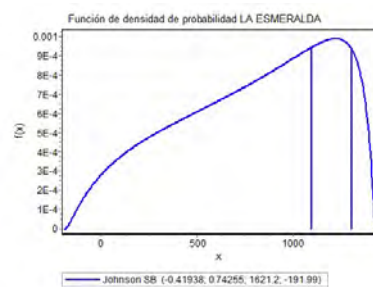
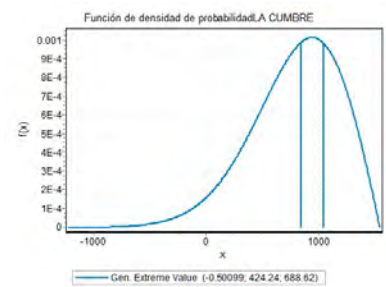
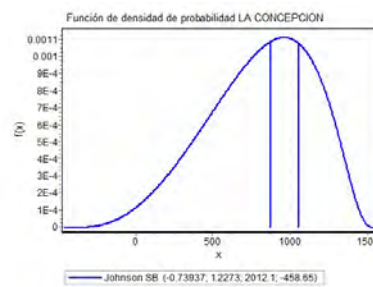
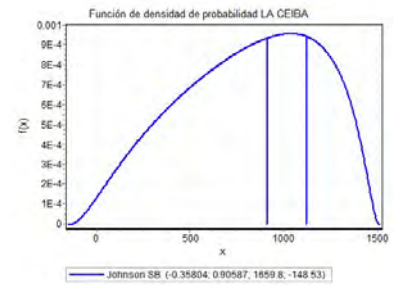
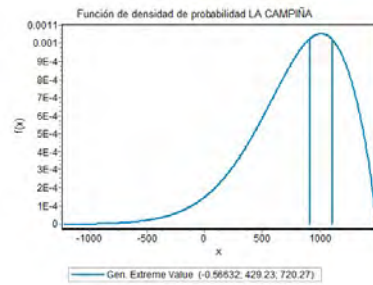
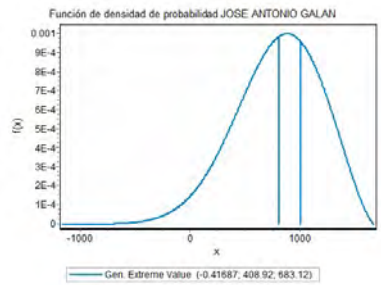
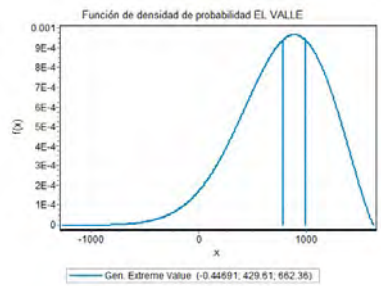
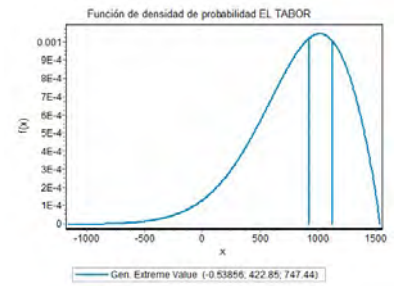
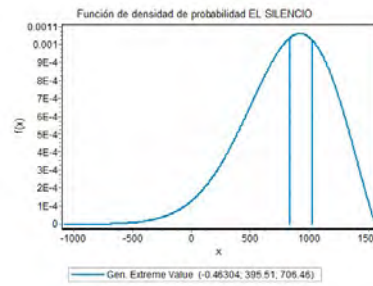
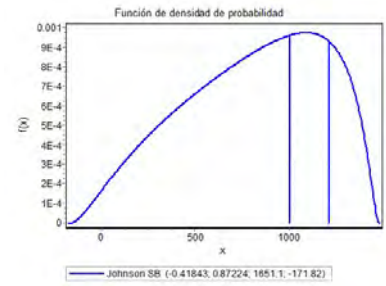
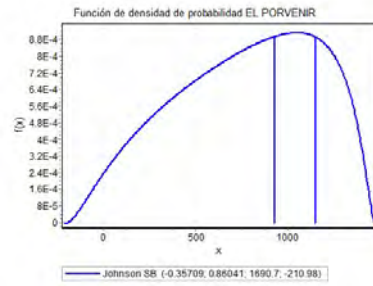
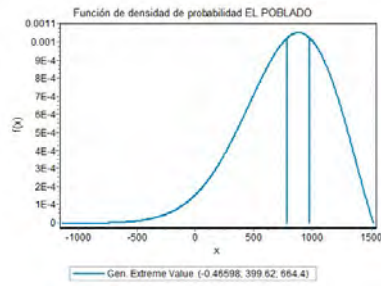












## APÉNDICE F

### Ponderaciones - Detalles sobre la técnica análisis por componentes

En este anexo se describe con detalle el proceso de ponderacion usados para definir la importancia estadistica de los indicadores. Los indicadores que componen el indice se denotan  $i = 1..n$  y los barrios para los cuales los datos están disponibles se denotan  $t = 1..T$ . Siendo  $X$  la matriz de datos, donde  $n$  es el numero de columnas, una para cada indicador y  $t$  el numero de filas, una para cada barrio. Sea  $x_i$  la colimna  $i$  de  $X$ .

Suponga que el indice criminal para cada categoria de cada barrio se construye asociando un peso  $\lambda_i$  a la variable  $i$  y se suman las variables ponderadas. Luego, el valor de indice para cada categoria de cada barrio esta dado por un vector  $z$  de tamaño  $n$ , donde:

$$z = \lambda_1 x_1 + \lambda_2 x_2 + \dots + \lambda_n x_n \quad [\text{F.1}]$$

Ahora bien, el indice  $z$  se puede considerar como una aproximacion a cada una de los indicadores  $i = 1, \dots, n$  que se usan para construirlo. En particular, se puede aproximar  $x_1$  por algun escalar multiple  $\alpha_1$  de  $z$ ,  $x_2$  por escalar multiple  $\alpha_2$  de  $z$  y asi sucesivamente. Entonces, si se denota la aproximacion a  $x_i$  como  $x_i^{approx}$

$$x_1^{approx} = \alpha_1 z, x_2^{approx} = \alpha_2 z, \dots, x_n^{approx} = \alpha_n z \quad [\text{F.2}]$$

El objetivo es lograr las mejores aproximaciones posibles. La medida de bondad de ajuste usada en el enfoque por componentes principales es la suma de cuadrados de las desviaciones.

Así el problema de las “ponderaciones optimas” es escoger pesos  $\lambda_1, \dots, \lambda_n$  y  $\alpha_1, \dots, \alpha_n$  para minimizar la suma de cuadrados de las desviaciones. La solución al problema, por lo tanto, es elegir pesos que hagan de  $z$  una mejor aproximación para todas las variables  $x_1, \dots, x_n$  simultáneamente, sujetas a que  $z$  sea una combinación lineal de las mismas variables.

La solución a este problema es bien conocida. De manera que  $\lambda_1, \dots, \lambda_n$  y  $\alpha_1, \dots, \alpha_n$  son iguales al vector propio principal de la matriz  $n \times n$ . Este vector propio principal se calcula fácilmente en cualquier paquete estadístico: utilizamos SPSS. Y así se obtienen los pesos  $\lambda_1, \dots, \lambda_n$  de las Tablas 4.2 del capítulo 4.

En el paquete estadístico SPSS para todos los indicadores de cada categoría se analizaron las matrices de correlaciones y la extracción del número de factores está basado en los autovalores mayores a 1. El método de rotación utilizado fue varimax. Se verificó que la esfericidad de Bartlett sea significativa, ya que este evalúa la aplicabilidad del análisis factorial. Finalmente, en cada categoría se escogió el factor que fuera explicado por el mayor porcentaje de la varianza. Es decir, las ponderaciones corresponden a la Matriz de coeficientes de puntuación del componente con mayor eigenvalor, luego de efectuar el PCA a los indicadores.

## **BIBLIOGRAFÍA**

# Bibliografía

- Nicole Adler, Alfred Shalom Hakkert, Jonathan Kornbluth, Tal Raviv, and Mali Sher. Location-allocation models for traffic police patrol vehicles on an interurban network. *Annals of Operations Research*, 221(1):9–31, 2014.
- Oswaldo Aguirre and Heidi Taboada. A multiple-objective evolutionary approach for border patrolling. In *IIE Annual Conference. Proceedings*, page 1. Institute of Industrial and Systems Engineers (IISE), 2012a.
- Oswaldo Aguirre and Heidi Taboada. An evolutionary game theory approach for intelligent patrolling. *Procedia computer science*, 12:140–145, 2012b.
- Steve Alpern, Alec Morton, and Katerina Papadaki. Patrolling games. *Operations research*, 59(5):1246–1257, 2011.
- Steve Alpern, Thomas Lidbetter, and Katerina Papadaki. Periodic patrols on the line and other networks. *arXiv preprint arXiv:1705.10399*, 2017.
- Anna Maria Sri Asih, Bertha Maya Sopha, and Gilang Kriptaniadewa. Comparison study of metaheuristics: Empirical application of delivery problems. *International Journal of Engineering Business Management*, 9:1847979017743603, 2017.
- Ramon Auad and Rajan Batta. Location-coverage models for preventing attacks on interurban transportation networks. *Annals of Operations Research*, pages 1–39, 2015.
- Bilal M Ayyub. *Risk analysis in engineering and economics*. Crc Press, 2014.
- Seyed Ali Ziaee Azimi and Mehdi Bashiri. Modeling police patrol routing and its problem-solving technique based on the ant colony optimization algorithm (case study: Iran’s police). *Research Journal of Applied Sciences*, 11(7):536–546, 2016.
- JR Birge and SM Pollock. Modelling rural police patrol. *Journal of the Operational Research Society*, pages 41–54, 1989.

- Christian Blum and Andrea Roli. Metaheuristics in combinatorial optimization: Overview and conceptual comparison. *ACM computing surveys (CSUR)*, 35(3):268–308, 2003.
- Víctor Daniel Bucarey López. Un modelo matemático para el diseño de territorios basado en el plan cuadrante de seguridad preventiva de carabineros de chile. 2014.
- Jenny Fajardo Calderín, Cynthia Porras Nodarse, Leydis Sánchez Yera, Diago E Estrada Rodríguez, and CUJAE Echeverría. Software tool for model and solve the maximum coverage location problem, a case study: locations police officers. *Investigación Operacional*, 38(2):141–150, 2017.
- Hiram Calvo, Salvador Godoy-Calderon, Marco A Moreno-Armendáriz, and Victor Manuel Martínez-Hernández. Patrolling routes optimization using ant colonies. In *Mexican Conference on Pattern Recognition*, pages 302–312. Springer, 2015.
- Alejandro Camacho, Hye Rin Lindsay Lee, and Laura M Smith. Modelling policing strategies for departments with limited resources. *European Journal of Applied Mathematics*, 27(3):479–501, 2016.
- Miguel Camacho and Federico Liberatore. A decision support system for predictive police patrolling. *Decision Support Systems*, 75:25–37, 2015.
- M Camacho-Collados, Federico Liberatore, and José Miguel Angulo. A multi-criteria police districting problem for the efficient and effective design of patrol sector. *European Journal of Operational Research*, 246(2):674–684, 2015.
- Miguel Camacho Collados. Statistical analysis of spatio-temporal crime patterns: Optimization of patrolling strategies. 2016.
- İbrahim Çapar, Burcu B Keskin, and Paul A Rubin. An improved formulation for the maximum coverage patrol routing problem. *Computers & Operations Research*, 59:1–10, 2015.
- Jan M Chaiken. *Patrol allocation methodology for police departments*. New York City Rand Institute, 1975.
- Aaron Chalfin and Justin McCrary. The effect of police on crime: New evidence from us cities, 1960-2010. Technical report, National Bureau of Economic Research, 2013.
- Sudarshan S Chawathe. Organizing hot-spot police patrol routes. In *Intelligence and Security Informatics, 2007 IEEE*, pages 79–86. IEEE, 2007.

- Kenneth Chelst. An algorithm for deploying a crime directed (tactical) patrol force. *Management Science*, 24(12):1314–1327, 1978.
- Kenneth Richard Chelst. *Quantitative models for police patrol deployment*. PhD thesis, Massachusetts Institute of Technology, 1975.
- H Chen, T Cheng, and S Wise. Designing daily patrol routes for policing based on ant colony algorithm. *ISPRS Annals of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences*, 2(4):103, 2015.
- Huanfa Chen and Tao Cheng. Modelling police patrol routing as min-max postmen problems. 2016.
- Xu Chen. Police patrol optimization with security level functions. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 43(5):1042–1051, 2013.
- Xu Chen and Tak-Shing Peter Yum. Patrol districting and routing with security level functions. In *Systems Man and Cybernetics (SMC), 2010 IEEE International Conference on*, pages 3555–3562. IEEE, 2010.
- Julio B Clempner. A continuous-time markov stackelberg security game approach for reasoning about real patrol strategies. *International Journal of Control*, pages 1–17, 2017.
- Barranquilla como vamos. Inicio, 2017. URL <http://www.barranquillacomovamos.co/bcv/index.php>.
- Kevin M Curtin, Fang Qiu, Karen Hayslett-McCall, and Timothy M Bray. Integrating gis and maximal covering models to determine optimal police patrol areas. *Geographic Information Systems and Crime Analysis Hershey: IDEA Group Publishing*, pages 214–235, 2005.
- Kevin M Curtin, Karen Hayslett-McCall, and Fang Qiu. Determining optimal police patrol areas with maximal covering and backup covering location models. *Networks and Spatial Economics*, 10(1):125–145, 2010.
- Steven J D’Amico, Shou-Jiun Wang, Rajan Batta, and Christopher M Rump. A simulated annealing approach to police district design. *Computers & Operations Research*, 29(6):667–684, 2002.
- Osman Demirdöğen, Hamit Erdal, and Engin Acar. An integrated model proposal for increasing the effectiveness of security service production: a multi-criteria maximal covering model. *International Journal of Recent Scientific Research*, 6(6):4881–4890, 2015.

- Nelson Devia and Richard Weber. Generating crime data using agent-based simulation. *Computers, Environment and Urban Systems*, 42:26–41, 2013.
- Reginald Dewil, Pieter Vansteenwegen, Dirk Cattrysse, and Dirk Van Oudheusden. A minimum cost network flow model for the maximum covering and patrol routing problem. *European Journal of Operational Research*, 247(1):27–36, 2015.
- Rafael Di Tella and Ernesto Schargrotsky. Do police reduce crime? estimates using the allocation of police forces after a terrorist attack. *American Economic Review*, 94(1):115–133, 2004.
- G Espejo, G L’HUIILLIER, and R Weber. A game-theoretical approach for policing decision support. *European Journal of Applied Mathematics*, 27(3):338–356, 2016.
- EuropeanComission. 10 steps guide for composite indicators — coin, 2018.  
URL <https://composite-indicators.jrc.ec.europa.eu/?q=10-step-guide/step-7-aggregating-indicators>.
- William N Evans and Emily G Owens. Cops and crime. *Journal of Public Economics*, 91(1):181–201, 2007.
- Vasco Furtado and Eurico Vasconcelos. A multiagent simulator for teaching police allocation. *AI magazine*, 27(3):63, 2006.
- Julio Godoy, Ernesto Nunes, and Grady Jensen. Opponent modelling for a mixed-strategy game between police and drivers. 2011.
- Linda Green and Peter Kolesar. Testing the validity of a queueing model of police patrol. *Management Science*, 35(2):127–148, 1989.
- Eric Gutierrez. *A visualization and simulation tool that will generate effective patrolling strategies to protect the US borders from illegal intrusion using game theoretic methods and models*. The University of Texas at El Paso, 2014.
- Eric Gutierrez, Jonathan Juett, and Christopher Kiekintveld. Generating effective patrol strategies to enhance us border security. *Journal of Strategic Security*, 6(5):152, 2013.
- Ryusuke Hohzaki and Ginjiro Sakai. Security games taking account of invasion routes and attrition. *Journal of the Operations Research Society of Japan*, 60(2):156–177, 2017.
- Javier Holguin-De La Cruz. Determining ideal number of police patrols to meet reference response time using stochastic simulation. 2016.



- Javier Holguin-De La Cruz. Optimum allocation of police patrols in an ers using stochastic simulation based on a performance restriction. 2017.
- YC Hsieh, PS You, PJ Lee, and YC Lee. A novel encoding scheme based evolutionary approach for the bi-objective grid patrol routing problem with multiple vehicles. *Scientia Iranica. Transaction B, Mechanical Engineering*, 22(4):1576, 2015.
- Chikong Huang and Stephen C Shih<sup>2</sup> Poshun Wang. A feasibility study for joint services of vehicle routing and patrol. 2009.
- INFORM, M. Marin-Ferrer, L. Vernaccini, and K. Poljansek. Inform index for risk management, concept and methodology version 2017. Technical report, Joint Research Centre (JRC), 2017.
- Mhd Irvan, Takashi Yamada, and Takao Terano. Multi-agent learning approach to dynamic security patrol routing. In *SICE Annual Conference (SICE), 2011 Proceedings of*, pages 875–880. IEEE, 2011.
- Edna Jaime, Jose Tapia, Goode Marala, and Guadalupe Garcia. Sistema de indice e indicadores en seguridad publica. *SIIS*, 2010.
- Chanon Kamnuansak. *Development of Mathematical Models for Routing and Scheduling Police Patrol Service*. PhD thesis, Mahidol University, 2011.
- Gary M Kern. A computer simulation model for the study of police patrol deployment. *Simulation*, 52(6):226–232, 1989.
- Burcu B Keskin, Shirley Rong Li, Dana Steil, and Sarah Spiller. Analysis of an integrated maximum covering and patrol routing problem. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 48(1):215–232, 2012.
- Jonathan Klick and Alexander Tabarrok. Using terror alert levels to estimate the effect of police on crime. *The Journal of Law and Economics*, 48(1):267–279, 2005.
- Andre Klussmann, Falk Liebers, Hansjürgen Gebhardt, Monika A Rieger, Ute Latza, and Ulf Steinberg. Risk assessment of manual handling operations at work with the key indicator method (kim-mho)—determination of criterion validity regarding the prevalence of musculoskeletal symptoms and clinical conditions within a cross-sectional study. *BMC musculoskeletal disorders*, 18(1):184, 2017.

- Peter Kolesar and Warren E Walker. A simulation model of police patrol operations: program description. 1975.
- Peter Kolesar, Kenneth Lloyd Rider, and Thomas B Crabill. Guidelines for scheduling police patrol cars. 1976.
- Peter J Kolesar, Kenneth L Rider, Thomas B Crabill, and Warren E Walker. A queuing-linear programming approach to scheduling police patrol cars. *Operations Research*, 23(6):1045–1062, 1975.
- Christopher S Koper, Bruce G Taylor, and Daniel J Woods. A randomized test of initial and residual deterrence from directed patrols and use of license plate readers at crime hot spots. *Journal of Experimental Criminology*, 9(2):213–244, 2013.
- Wolfgang Kron. Keynote lecture: Flood risk= hazard $\times$  exposure $\times$  vulnerability. *Flood defence*, pages 82–97, 2002.
- Sato Kumpulainen. Vulnerability concepts in hazard and risk assessment. *Special paper-Geological Survey of Finland*, 42:65, 2006.
- Pei-Fen Kuo, Dominique Lord, and Troy Duane Walden. Using geographical information systems to effectively organize police patrol routes by grouping hot spots of crash and crime data. *Zachry Department of Civil Engineering, Texas A&M University*, 2012.
- Pei-Fen Kuo, Dominique Lord, and Troy Duane Walden. Using geographical information systems to organize police patrol routes effectively by grouping hotspots of crash and crime data. *Journal of Transport Geography*, 30:138–148, 2013.
- NK Kwak and Michael B Leavitt. Police patrol beat design: Allocation of effort and evaluation of expected performance. *Decision Sciences*, 15(3):421–433, 1984.
- Richard C Larson. On the modeling of police patrol operations. *IEEE Transactions on Systems Science and Cybernetics*, 6(4):276–281, 1970.
- Daniel Larsson. Exposure to property crime as a consequence of poverty. *Journal of Scandinavian Studies in Criminology and Crime Prevention*, 7(01):45–60, 2006.
- Henry CW Lau, George TS Ho, Yi Zhao, and WT Hon. Optimizing patrol force deployment using a genetic algorithm. *Expert Systems with Applications*, 37(12):8148–8154, 2010.
- Hoong Chuin Lau and Aldy Gunawan. The patrol scheduling problem. *Practice and Theory of Automated Timetabling (PATAT)*, 2012.

- Hoong Chuin Lau, Zhi Yuan, and Aldy Gunawan. Patrol scheduling in urban rail network. *Annals of Operations Research*, pages 1–26, 2014.
- Hoong Chuin Lau, Zhi Yuan, and Aldy Gunawan. Patrol scheduling in urban rail network. *Annals of Operations Research*, 239(1):317–342, 2016.
- Fabrice Lauri and Abderrafiâa Koukam. A two-step evolutionary and aco approach for solving the multi-agent patrolling problem. In *Evolutionary Computation, 2008. CEC 2008. (IEEE World Congress on Computational Intelligence). IEEE Congress on*, pages 861–868. IEEE, 2008.
- Sang M Lee, Lori Sharp Franz, and A James Wynne. Optimizing state patrol manpower allocation. *Journal of the Operational Research Society*, 30(10):885–896, 1979.
- Steven D Levitt. Using electoral cycles in police hiring to estimate the effect of police on crime. Technical report, National Bureau of Economic Research, 1995.
- Li Li, Zhongbo Jiang, Ning Duan, WeiShan Dong, Ke Hu, and Wei Sun. Police patrol service optimization based on the spatial pattern of hotspots. In *Service Operations, Logistics, and Informatics (SOLI), 2011 IEEE International Conference on*, pages 45–50. IEEE, 2011.
- Shirley Rong Li and Burcu B Keskin. Bi-criteria dynamic location-routing problem for patrol coverage. *Journal of the Operational Research Society*, 65(11):1711–1725, 2014.
- Federico Liberatore and Miguel Camacho. A comparison of local search methods for the multi-criteria police districting problem on graph. *Mathematical Problems in Engineering*, 2016, 2016.
- Kyle Y Lin, Michael P Atkinson, Timothy H Chung, and Kevin D Glazebrook. A graph patrol problem with random attack times. *Operations Research*, 61(3):694–710, 2013.
- Kyle Y Lin, Michael P Atkinson, and Kevin D Glazebrook. Optimal patrol to uncover threats in time when detection is imperfect. *Naval Research Logistics (NRL)*, 61(8):557–576, 2014.
- Ming-Jen Lin. More police, less crime: Evidence from us state data. *International Review of Law and Economics*, 29(2):73–80, 2009.
- Yingyan Lou, Yafeng Yin, and Siriphong Lawphongpanich. Freeway service patrol deployment planning for incident management and congestion mitigation. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 19(2):283–295, 2011.
- Charalambos Akis Marangos. A heuristic approach to the police staff scheduling problem. 1993.

- Daniel Mejía, Daniel Ortega, and Karen Ortiz. Un análisis de la criminalidad urbana en colombia. *Consultado en www. caf. com*, 2015.
- Steven Mello. More cops, less crime. 2017.
- Adriano Melo, Mairon Belchior, and Vasco Furtado. Analyzing police patrol routes by simulating the physical reorganization of agents. In *International Workshop on Multi-Agent Systems and Agent-Based Simulation*, pages 99–114. Springer, 2005.
- Mark Moonen, Dirk Cattrysse, and Dirk Van Oudheusden. Organising patrol deployment against violent crimes. *Operational Research*, 7(3):401–417, 2007.
- Mohammed Muaafa and Jose Emmanuel Ramirez-Marquez. Bi-objective evolutionary approach to the design of patrolling schemes for improved border security. *Computers & Industrial Engineering*, 107:74–84, 2017.
- W Muttitanona and J Porncharoen. Gis application for patrolling route in natural reserve forest of thailand. *International Journal of Geoinformatics*, 6(4), 2010.
- Wan-Lung Ng. Routing a patrolling unit in distributed service networks. In *Service Systems and Service Management, 2007 International Conference on*, pages 1–5. IEEE, 2007.
- Washington Alves de Oliveira, Antonio Carlos Moretti, and Ednei Felix Reis. Multi-vehicle covering tour problem: Building routes for urban patrolling. *Pesquisa Operacional*, 35(3): 617–644, 2015.
- David G Olson and Gordon P Wright. Models for allocating police preventive patrol effort. *Journal of the Operational Research Society*, 26(4):703–715, 1975.
- Fernando Ordóñez, Milind Tambe, Juan F Jara, Manish Jain, Christopher Kiekintveld, and Jason Tsai. Deployed security games for patrol planning. In *Handbook of Operations Research for Homeland Security*, pages 45–72. Springer, 2013.
- Bijay Baran Pal, Debjani Chakraborti, and Papun Biswas. A genetic algorithm based goal programming method for solving patrol manpower deployment planning problems with interval-valued resource goals in traffic management system: a case study. In *Advanced Computing, 2009. ICAC 2009. First International Conference on*, pages 61–69. IEEE, 2009a.
- Bijay Baran Pal, Mousumi Kumar, and Shyamal Sen. A linear fuzzy goal programming approach for solving patrol manpower deployment planning problems—a case study. In *Industrial*

- and Information Systems (ICIIS), 2009 International Conference on, pages 244–249. IEEE, 2009b.
- Bijay Baran Pal, Debjani Chakraborti, Papun Biswas, and Anirban Mukhopadhyay. An application of genetic algorithm method for solving patrol manpower deployment problems through fuzzy goal programming in traffic management system: a case study. *International Journal of Bio-Inspired Computation*, 4(1):47–60, 2012.
- Adolfo Peña and Francisco Sanchez. Indicadores y variables en el sistema estadístico de criminalidad. *Revista Apunts de Seguretat*, 2009.
- Colombia Policía Nacional. Manual de patrullaje urbano, 2008. URL [http://www2.congreso.gob.pe/sicr/cendocbib/con4\\_uibd.nsf/430A730DD3D613EB05257AC9005A0432/\\$FILE/RESOLUCI%C3%93N\\_COLOMBIA.pdf](http://www2.congreso.gob.pe/sicr/cendocbib/con4_uibd.nsf/430A730DD3D613EB05257AC9005A0432/$FILE/RESOLUCI%C3%93N_COLOMBIA.pdf).
- RAE Real Academia Española. enclave, rae, heurístico, ca, 2018. URL <http://dle.rae.es>.
- Danilo Reis, Adriano Melo, André Coelho, and Vasco Furtado. Gapatrol: An evolutionary multiagent approach for the automatic definition of hotspots and patrol routes. *Advances in Artificial Intelligence-IBERAMIA-SBIA 2006*, pages 118–127, 2006a.
- Danilo Reis, Adriano Melo, André LV Coelho, and Vasco Furtado. Towards optimal police patrol routes with genetic algorithms. In *International Conference on Intelligence and Security Informatics*, pages 485–491. Springer, 2006b.
- Oliver K Roeder, Lauren-Brooke Eisen, Julia Bowling, Joseph E Stiglitz, and Inimai M Chettiar. What caused the crime decline? 2015.
- M Rosenshine and J Evans. Random patrol scheduling under operational constraints. In *Symposium on the Theory of Scheduling and Its Applications*, pages 381–390. Springer, 1973.
- Matthew Rosenshine. Contributions to a theory of patrol scheduling. *Operational Research Quarterly*, pages 99–106, 1970.
- Sui Ruan, Candra Meirina, Feili Yu, Krishna R Pattipati, and Robert L Popp. Patrolling in a stochastic environment. Technical report, CONNECTICUT UNIV STORRS DEPT OF ELECTRICAL ENGINEERING AND COMPUTER SCIENCE, 2005.
- Brooke A Saladin. Simulation of a police patrol activity. *Omega*, 11(4):377–384, 1983.

- Brooke Allen Saladin. *A methodology for the allocation of police patrol vehicles*. PhD thesis, The Ohio State University, 1980.
- V. y Wiman G. Schweickardt, G.A.; Miranda. A comparison of metaheuristics algorithms for combinatorial optimization problems. application to phase balancing in electric distribution systems. *Latin American applied research*, 41(2):113–120, 2011.
- Dinesh K Sharma, Debasis Ghosh, and Avinash Gaur. Lexicographic goal programming model for police patrol cars deployment in metropolitan cities. *International journal of information and management sciences*, 18(2):173, 2007.
- Sudharshana Srinivasan, Toni P. Sorrell, J Paul Brooks, David J. Edwards, and Robyn Diehl McDougale. Workforce assessment method for an urban police department: using analytics to estimate patrol staffing. *Policing: An International Journal of Police Strategies & Management*, 36(4):702–718, 2013.
- Dana A Steil, Jeremy R Pate, Nicholas A Kraft, Randy K Smith, Brandon Dixon, Li Ding, and Allen Parrish. Patrol routing expression, execution, evaluation, and engagement. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 12(1):58–72, 2011.
- Dana Andrew Steil. *Creation of crash-countermeasure police patrol routes targeting hotspot road segments*. PhD thesis, The University of Alabama TUSCALOOSA, 2010.
- Zhiyuan Su, Yu Fu, and Yukun Liu. A two-level model for police patrol problem with emergency responses. *ICLEM 2010: Logistics for Sustained Economic Development—Infrastructure, Information, Integration*, 2010.
- Satoshi Sugiura, Fumitaka Kurauchi, and Akiyoshi Takagi. Optimal patrol planning using sten for road maintenance. *Journal of the Eastern Asia Society for Transportation Studies*, 11: 1654–1665, 2015.
- Andre Sutanto. Optimal police patrol. *RWTH Aachen University Center for Computational Engineering Sciences—Undergraduate Research Opportunities Program*, 2011.
- Joseph Szakas, Christian Trefftz, Raul Ramirez, and Eric Jefferis. Development of an intelligent patrol routing system using gis and computer simulations. *Artificial crime analysis systems: Using computer simulations and geographic information systems*. Hershey: Idea Group Publishing, 2008.

- Masatoshi Takamiya and Toyohide Watanabe. Planning high responsive police patrol routes with frequency constraints. In *Proceedings of the 5th International Conference on Ubiquitous Information Management and Communication*, page 87. ACM, 2011.
- BEN BELLA S TAWFIK, ABDEL-FATAH A HEGAZY, and HANY M FAWZY IBRAHIM. Business intelligent model for managing and controlling police patrols energy. 2013.
- Philip E Taylor and Stephen J Huxley. A break from tradition for the san francisco police: Patrol officer scheduling using an optimization-based decision support system. *Interfaces*, 19(1):4–24, 1989.
- Bernard W Taylor III, Laurence J Moore, Edward R Clayton, K Roscoe Davis, and Terry R Rakes. An integer nonlinear goal programming model for the deployment of state highway patrol units. *Management science*, 31(11):1335–1347, 1985.
- Dragana Todovic, Dragana Makajic-Nikolic, Milica Kostic-Stankovic, and Milan Martic. Police officer scheduling using goal programming. *Policing: An International Journal of Police Strategies & Management*, 38(2):295–313, 2015.
- Pradeep Varakantham, Hoong Chuin Lau, and Zhi Yuan. Scalable randomized patrolling for securing rapid transit networks. In *IAAI*, 2013.
- Toyohide Watanabe and Masatoshi Takamiya. Police patrol routing on network voronoi diagram. In *Proceedings of the 8th International Conference on Ubiquitous Information Management and Communication*, page 101. ACM, 2014.
- David Weisburd, Stephen D Mastrofski, Ann McNally, Rosann Greenspan, and James J Willis. Reforming to preserve: Compstat and strategic problem solving in american policing. *Criminology & Public Policy*, 2(3):421–456, 2003.
- Per-Olof H Wikström. Why crime happens: A situational action theory. *Analytical sociology: Actions and networks*, pages 74–94, 2014.
- John L Worrall and Tomislav V Kovandzic. Police levels and crime rates: An instrumental variables approach. *Social Science Research*, 39(3):506–516, 2010.
- Jiann-Sheng Wu and Tze-Chiang Lou. Highway patrol officer scheduling using an optimization-based scheduling model. In *Advanced Computer Theory and Engineering (ICACTE), 2010 3rd International Conference on*, volume 2, pages V2–552. IEEE, 2010.

- Jiann-Sheng Wu and Tze-chiang Lou. Improving highway accident management through patrol beat scheduling. *Policing: An International Journal of Police Strategies & Management*, 37(1):108–125, 2014.
- Bin Yang, Zhi-Hua Hu, and Jing-Xian Zhou. Configuration, deployment, and scheduling models for management and optimization of patrol services. *Mathematical Problems in Engineering*, 2014.
- Chao Zhang. *Opportunistic Crime Security Games: Assisting Police to Control Urban Crime Using Real World Data*. PhD thesis, UNIVERSITY OF SOUTHERN CALIFORNIA, 2016.
- Chao Zhang, Arunesh Sinha, and Milind Tambe. Keeping pace with criminals: Designing patrol allocation against adaptive opportunistic criminals. In *Proceedings of the 2015 international conference on Autonomous agents and multiagent systems*, pages 1351–1359. International Foundation for Autonomous Agents and Multiagent Systems, 2015.
- Yue Zhang and Donald Brown. Simulation optimization of police patrol district design using an adjusted simulated annealing approach. In *Proceedings of the Symposium on Theory of Modeling & Simulation-DEVS Integrative*, page 18. Society for Computer Simulation International, 2014a.
- Yue Zhang and Donald Brown. Simulation optimization of police patrol districting plans using response surfaces. *Simulation*, 90(6):687–705, 2014b.
- Yue Zhang and Donald E Brown. Police patrol district design using agent-based simulation and gis. In *Intelligence and Security Informatics (ISI), 2012 IEEE International Conference on*, pages 54–59. IEEE, 2012.
- Yue Zhang and Donald E Brown. Police patrol districting method and simulation evaluation using agent-based model & gis. *Security Informatics*, 2(1):7, 2013.
- Yue Zhang, Samuel H Huddleston, Donald E Brown, and Gerard P Learmonth. A comparison of evaluation methods for police patrol district designs. In *Proceedings of the 2013 Winter Simulation Conference: Simulation: Making Decisions in a Complex World*, pages 2532–2543. IEEE Press, 2013.
- Ningyu Zhao and Zhiheng Li. Optimize traffic police arrangement in easy congested area based on improved particle swarm optimization. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 138:



408–417, 2014.